I. megoldás. Látszólag 4 ismeretlenünk van, ezeknek a meghatározásához az adott 3 egyenlet nyilván kevés. Viszont a feladat csak az egyetlen $(a+b+c+d)$ értéket kérdezi. Erre mégis választ sikerül adni azáltal, hogy a kiküszöbölés egyik ismert eljárásához hasonlóan olyan egyenletet állítunk elő, amelyben $a,\ b,\ c$ és d együtthatói egyenlők, akárcsak az $a+b+c+d$ kifejezésben.

Jelöljük sorra λ_1-gyel, λ_2-vel, λ_3-mal azokat a még ismeretlen számokat, amelyekkel (1)-et, (2)-t, ill. (3)-at szorozva, majd összegüket képezve ezt elérni várjuk. Az egyenlet:

$$(6\lambda_1+\lambda_3)a+(2\lambda_1+3\lambda_3)b+6\lambda_2c+(3\lambda_2+2\lambda_3)d=3848\lambda_1+4410\lambda_2+3080\lambda_3. \tag{4}$$

Új ismeretleneinkre három egyenletet írunk fel abból, hogy 1. az a és b együtthatói egyenlők legyenek, majd 2. b és c, végül 3. c és d együtthatói is, és ezeket mindjárt szokásosan rendezzük:

$$6\lambda_1+\lambda_3=2\lambda_1+3\lambda_3, \qquad 2\lambda_1-\lambda_3=0; \tag{5}$$
$$2\lambda_1+3\lambda_3=6\lambda_2, \qquad 2\lambda_1-6\lambda_2+3\lambda_3=0; \tag{6}$$
$$6\lambda_2=3\lambda_2+2\lambda_3, \qquad 3\lambda_2-2\lambda_3=0. \tag{7}$$

(5)-ből kifejezzük λ_1-et, (7)-ből λ_2-t:

$$\lambda_1=\frac{\lambda_3}{2}, \quad \lambda_2=\frac{2\lambda_3}{3}, \tag{8}$$

és ezeket (6)-ba helyettesítve egyismeretlenes egyenletet várunk λ_3-ra :

$$2\cdot\frac{\lambda_3}{2}-6\frac{2\lambda_3}{3}+3\lambda_3=0.$$

Itt azonban λ_3 együtthatója 0-nak adódik, ez is kiesik. Másrészt azonban a

$$0\cdot\lambda_3=0 \tag{9}$$

egyenlet tetszőlegesen választott λ_3-mal teljesül, tehát 0-tól különböző számot is elfogadhatunk, és akkor (8) alapján $\lambda_1,\ \lambda_2$-re is kapunk egy-egy értéket. Így a három szorzószámnak csupán az arányát kapjuk meg, de célunkra ez is elegendő:

$$\frac{\lambda_3}{2},\ \frac{2\lambda_3}{3},\ \lambda_3.$$

Válasszuk λ_3-at úgy, hogy (4)-ben c együtthatója mindjárt 1 legyen

$$6\lambda_2=4\lambda_3=1,$$

azaz

$$\lambda_2=\frac{1}{6}, \quad \lambda_3=\frac{1}{4}, \quad \lambda_1=\frac{1}{8},$$

ezekkel valóban így alakul (4):
$a+b+c+d=481+735+770=1986$, és ezzel a feladat kérdését megválaszoltuk.

Máshogy választva λ_3-at, ugyanerre az eredményre jutunk.

Megjegyzés. 1. A beküldött megoldások zöme több-kevesebb „megérzéssel” alakított új és újabb egyenleteket, amit nagyon megkönnyítenek az (1)–(3) egyenletek kicsi egész szám együtthatói: 1, 2, 3 és 6. Adódott azonban néhány olyan dolgozat is, amely az alábbi II. megoldás szerin tért célba.

2. Akik már tanultak az egyenletrendszerekről, azok látják, hogy az (5)–(7) rendszerben „függés” áll fenn, emiatt végtelen sok megoldása van. Például (6)-ot (5)-bőt kivonva $6\lambda_2-4\lambda_3=0$ adódik, ehhez képest (7) már nem új egyenlet.

Esetünkben azonban éppen ez volt a szerencsés. Ha (8) helyén pl. $17\lambda_3=0$ adódott volna, ebből csak $\lambda_3=0,\ \lambda_1=0$ és $\lambda_2=0$ felelne meg, és (4) elfajulása miatt nem érhettünk volna célba. Azon a címen, hogy az (5)–(7) mindegyikének jobb oldala 0, az ilyen lineáris egyenletrendszert *homogén*nek szokás nevezni.

II.megoldás. Mivel 3 egyenletből legföljebb 3 ismeretlent lehet meghatározni, tekintsük d-t paraméternek és számítsuk ki $a,\ b,\ c$ kifejezéseit d függvényeiként. (2)-ből tüstént

$$c=\frac{4410-3d}{6}=735-\frac{d}{2},$$

a és b pedig a kétismeretlenes (1), (3) rendszerből:

$$a=336,5+\frac{d}{4}, \quad b=914,5-\frac{3d}{4}.$$

Ezekkel

$$a+b+c=1986-d,$$

tehát $a+b+c+d=1986$.

Megjegyzés. Az (1)–(3) rendszer a 4 ismeretlenre nézve határozatlan, de az összegükre nézve határozott. a, b, c, d-nek számos más kifejezését is egyértelműen meghatározhatnánk, de *korántsem bármely* kifejezésüket.