

Tekintsük a számokat 2-től 100-ig. Azt állítjuk, hogy ha a feladatbeli játékot csak erre a 99 számra korlátozzuk, akkor a *második* játékos el tudja érni, hogy a műveleti jelek felírása után *páros* legyen az eredmény, bárhogyan játsszék ellenfele.

Ebből már következik a bizonyítandó állítás. Aki az eredeti játékban kezd, az elsőre az 1 és a 2 közé írjon műveleti jelet, mégpedig Anna a szorzás (\times), Balázs pedig az összeadás (+) vagy a kivonás ($-$) jelét. A kezdő fél ezután a módosított játék második játékosának a szerepében nyerni fog. Ha ugyanis az eredeti játékban Anna kezdett, akkor a fenti első lépése után valójában a módosított játék zajlik, csak a 2 helyett az 1×2 szerepel; ha pedig Balázs kezdett, akkor a végeredmény a módosított változatbelivel ellenkező paritású, azaz páratlan.

A módosított játékban a második játékos stratégiája nagyon egyszerű. Ha ellenfele felírt egy műveleti jelet, akkor ő az ezzel a jellel szomszédos páratlan szám másik oldalára írja fel a szorzás (\times) jelét. Ezt mindig megteheti, hiszen a 99 szám közti 98 hely 49 párba sorolható: az egyes párok a páratlan számokat fogják közre. Mivel egy-egy lépésben egy pár két helyére kerülnek műveleti jelek, így a második játékos tud a fenti utasítás szerint játszani. A kitöltés befejezésekor a végeredmény valóban páros lesz, hisz minden egyes páratlan szám egy szomszédjával – ami páros – megszorozva vesz részt a számolásban. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Megjegyzés. A felírt számok elrendezéséből adódó szimmetria más lehetőségeket is kínál a játékosoknak. Anna például úgy is megnyerheti a játékot, ha elsőnek az 50 és az 51 közé egy + jelet ír, ezután pedig arra ügyel, hogy az első és a második 50 szám közötti helyekre ugyanabban a sorrendben ugyanazok a műveleti jelek kerüljenek. Ezt pedig nyilván elérheti, ha kezdés után mindig ugyanazt a jelet írja föl, amit előzőleg Balázs, csak a másik 50-es csoport megfelelő helyére, ami persze ekkor még szabad. A végeredmény így két egyenlő paritású szám összegeként páros.

Az 1 elhagyásával kapott módosított játékban is hasonló szimmetrikus stratégiával biztosíthatja a második játékos a végeredmény páros voltát. Ha az első játékos az 51-gyel szomszédos helyek egyikére ír, akkor a második írjon a másikra, mégpedig az összeadás + jelét, ha az első a szorzásét írta és megfordítva, a szorzás jelét, ha az első összeadás vagy a kivonás jelét írta. A további helyeken játsszon az „51-re szimmetrikusan”, azaz írja mindig ugyanazt a jelet, mint az első, csak annak a helynek az „51-re szimmetrikus” párjára. Az olvasóra bízunk annak meggondolását, hogy ebben az esetben a végeredmény valóban páros lesz.