

Messe a szögfelező sík a  $b$  élt  $P$ -ben. Megmutatjuk, hogy a két rész, a  $PABD$  és a  $PABC$  tetraéderek térfogatának aránya megegyezik egyrészt az  $S$  és  $T$  lapok területének arányával, másrészt a  $b$  élen keletkező  $DP : PC$  aránnyal. Innen a feladat állítása nyilván következik.

1987-01-027-1.eps

1987-01-027-2.eps

Mivel a  $P$  pont rajta van az  $S$  és  $T$  lapok szögfelező síkján, ezért egyenlő távol van ezeknek a lapoknak a síkjától. A  $PABD$  és a  $PABC$  tetraéderek  $P$ -ből induló magassága tehát egyenlő, így térfogatuk aránya valóban megegyezik az  $ABD$  és az  $ABC$  háromszögek, vagyis az  $S$  és  $T$  lapok területének arányával.

A  $PABD$  és a  $PABC$  tetraédereknek ugyanakkor közös az  $ABP$  lapja. Térfogatuk aránya tehát egyenlő a  $D$ , illetve  $C$  pontok e közös lapoktól mért távolságának arányával. Ez viszont nem más, mint a  $DP : PC$  arány, hiszen a  $CD$  egyenes és az  $ABP$  sík közös pontja éppen  $P$ .

Ezzel az állítást beláttuk.