

A feladat kérdésére igenlő a válasz, megadhatók ilyen tetraéderek. Betűzzük meg ehhez egy kocka csúcsait a következőképpen: legyenek az alaplapp csúcsai A , B , E és F , a fedőlapé pedig azonos körüljárás szerint H , C , D és G úgy, hogy az A felett a H legyen (1. ábra).

1986-12-448-1.eps

1. ábra

Ekkor az $ABCD$ és az $EFGH$ tetraéderek egymásba írtak, mert a következő pontnégyesek a kocka két-két párhuzamos élének végpontjaiként nyilván egysíkúak:

$$\begin{aligned} &E, B, D, C; \quad F, A, C, D; \quad G, A, B, D; \quad H, A, B, C; \quad \text{és} \\ &A, F, H, G; \quad B, E, G, H; \quad C, E, F, H; \quad D, E, F, G. \end{aligned}$$

Mivel a két tetraédernek nincs közös csúcsa, ezért minden tekintetben megfelelnek a feltételeknek. Ezzel az állítást beláttuk.

Megjegyzések. 1. Kocka helyett tetszőleges paralelepipedon csúcsaiból is kiválasztható a kép tetraéder, sőt ha tekintünk két tetraédert, amelyek két-két kitérő éle egy egyenesen van, akkor a két tetraéder egymásba van írva. Ebből következik, hogy végtelen sok, a feltételeknek megfelelő tetraéder-pár létezik (2. ábra).

1986-12-449-1.eps

2. ábra

2. Az egymásba írt tetraéderpárt szokás Möbius-féle tetraéderpárnak nevezni.