A játék lefolyása során csak a két fekete ásznak (a keverés miatt egyformán valószínű) elhelyezkedését kell figyelembe vennünk. A feladat kérdésére választ kapunk, ha a lehetséges $\binom{52}{2}$ kimenetelt tekintve összeszámoljuk, hány esetben nyer az első és hányszor a második játékos.

Azokban az esetekben, amikor mindketten ugyanannyi lapot húznak ki – ez 26-féleképpen lehetséges – a játék döntetlenül ér véget.

A fennmaradó $\binom{52}{2} - 26 = 1300$ kimenetel az alábbi megfeleltetéssel két egyenlő elemszámú csoportra osztható. Nevezzük (i,j)-húzásnak azt, ahol az első fekete ász i-edikként, a második j-edikként fordult elő ($1 \le i \le j \le 52$, $2i \neq j$, hiszen a játék eredménye nem döntetlen). Az $(1,3)$-húzás párja legyen a $(2,3)$-húzás; az $(1,4)$-é $(3,4)$; $(1,5)$-é $(4,5)$, valamint $(2,5)$-é $(3,5)$. Általában az (i,j) párja legyen a $(j-i,j)$-húzás. Ez a megfeleltetés nyilván kölcsönösen egyértelmű (azaz nem döntetlen kimenetelhez egy tőle különböző, ugyancsak nem döntetlen kimenetelt rendel), továbbá az összetartozó párok egyikében az első, a másikában a második játékos a nyertes.

Következésképp mindkét játékos ugyanannyi, $1300:2=650$ esetben győz, a játék tehát igazságos.

Megjegyzések. 1. A döntetlen lehetőségét is figyelembe véve mindkét fél $650 \Big/ \binom{52}{2} \approx 0,49$ valószínűséggel nyeri a játékot.

2. A 2288. gyakorlat megoldásában (lásd 1986. március, 117. o.) láttuk, hogy a feladat körülményei között az első fekete ász kihúzása az első, a másodiké pedig a legutolsó, az 52-dik helyen a legvalószínűbb. Erre hivatkozva sokan állították, hogy a játék a második játékos számára kedvezőbb, várhatóan ő húzhat majd több lapot.

Ez a következtetés hibás. Az idézett állítás csak úgy igaz, ha a *másik* fekete ász felbukkanásáról semmit sem tudunk. Mihelyt azonban kihúzták az első fekete ászt, a másik *egyenlő valószínűséggel* lehet bárhol a megmaradt lapok között, így a második játékos a megmaradt lapoknak átlagosan a felét fogja kihúzni. Ez pedig csak akkor kedvező a számára, ha az első a lapoknak kevesebb, mint egyharmadát szerezte meg. Ennek valószínűsége valamivel kevesebb 1/2-nél, de legalább 27 lapot kihúzva az első *biztosan* nyer – ezért a játék igazságos volta egyáltalán nem meglepő.

Ami pedig azt a látszólagos ellentmondást illeti, hogy a két fekete ászt együtt figyelve ezek bármely felbukkanása egyenlően valószínű, tehát ugyanolyan, $1 \Big/ \binom{52}{2}$ valószínűséggel bukkannak elő az első és az utolsó, mint például a 26-ik és a 47-edik helyen, gondoljunk arra, hogy két esemény együttes bekövetkezésének a valószínűsége általában *nem a két esemény valószínűségének a szorzata* – hacsak a két esemény nem független, azaz egyikük bekövetkezése nem teszi sem valószínűbbé, sem pedig kevésbé valószínűvé a másik bekövetkezését. A szóban forgó két esemény, tehát az első fekete ász felbukkanása az i-edik, a másodiké pedig a j-edik helyen pedig nyilván nem az.