Az A_6A_7 oldal felező merőlegese a hétszög (egyik) szimmetriatengelye. Az A_1A_3 és A_3A_5, valamint A_2A_7 és A_4A_6 húrok egymás f-re vonatkozó tükörképei, következésképp metszéspontjaik, B_1 és B_4 is tükrös helyzetűek. Hasonlóan C_1 és C_3 is szimmetrikus pontpár, ezért a feladat állítása következik abból, ha megmutatjuk: C_1 rajta van a B_1B_4 szakaszon, vagy ami ezzel ekvivalens, hogy $B_4C_1A_4\sphericalangle = A_1C_1B_1\sphericalangle$.

1986-11-393-1.eps

Most $C_1A_7B_1\sphericalangle = A_3A_7A_2\sphericalangle = A_4A_1A_3\sphericalangle = C_1A_1B_1\sphericalangle$, hiszen a középső két szög a hétszög egy-egy oldalához tartozó kerületi szög. Ezért a $C_1B_1A_1A_7$ négyszög húrnégyszög, és így

$$A_1C_1B_1\sphericalangle = A_1A_7B_1\sphericalangle = A_1A_7A_2\sphericalangle.$$

Hasonlóan $B_4A_4C_1\sphericalangle = A_6A_4A_1\sphericalangle = A_5A_3A_7\sphericalangle = B_4A_3C_1\sphericalangle$, itt két-két szomszédos oldalhoz tartozó kerületi szög egyenlőségét használtuk ki. Így $B_4C_1A_3A_4$ is húrnégyszög, tehát

$$B_4C_1A_4\sphericalangle = B_4A_3A_4\sphericalangle = A_5A_3A_4\sphericalangle.$$

Végül $A_1A_7A_2\sphericalangle$ és $A_5A_3A_4\sphericalangle$ egyenlősége következik például abból, hogy mindkettő a hétszög egy oldalához tartozó kerületi szöggel egyenlő.

Ezzel a feladat állítását beláttuk.

Megjegyzés. Sok megoldó trigonometriai azonosságok felhasználásával bizonyította az állítást. Ezek a megoldások az itt közöltnél hosszabbak és bonyolultabbak.