Megmutatjuk, hogy a feltételeknek eleget tevő négyszögek éppen a rombuszok. Legyen a négyszög $ABCD$, az átlók metszéspontja M. Mivel a négyszög konvex, ezért M a négyszög belsejében van.

1986-11-391-1.eps

Tegyük fel, hogy M nem felezi a BD átlót, hanem, mondjuk, D-hez közelebb van, mint B-hez. Ekkor az A és C csúcsok közül valamelyik biztosan nincs rajta BD felező merőlegesén, mert ha mindkettő rajta lenne, akkor M felezőpont lenne. És mivel M az AC szakasz belső pontja, A és C közül az egyik – mondjuk A – vagy a felező merőlegesen, vagy annak D felőli partján fekszik. Ekkor $MD < MB$ és $DA \leq BA$, és így $MD + DA + AM < MB + BA + AM$, vagyis az MDA háromszög kerülete kisebb az MBA háromszög kerületénél – ellentmondás!

Következésképp M-nek feleznie kell a BD átlót. Hasonlóan láthatjuk, hogy felezi az AC átlót is, amiből adódik, hogy négyszögünk paralelogramma, mert átlói felezik egymást. Legyenek a paralelogramma oldalai a és b, átlói pedig $2e$ és $2f$ hosszúságúak! Mivel az a, illetve b oldalra illeszkedő háromszögek kerülete egyenlő,

$$a + e + f = b + e + f$$

vagyis $a = b$. A négyszög ezért rombusz. Másrészt bármely rombuszt átlói négy egybevágó háromszögre bontanak, tehát a rombuszok eleget tesznek a feladat feltételeinek. Ezzel állításunkat beláttuk.

Megjegyzés. Nagyon sok dolgozatban csak annak bizonyítása szerepelt, hogy a négyszög szemközti oldalainak összege egyenlő, vagyis a négyszög érintőnégyszög. Mivel ennél jóval több is igaz, ezért ezek a dolgozatok 1 pontot kaptak.