

Ha egy T téglalap összerakható a megadott módon, akkor belsejében az egyszínű szakaszok az egységnyi négyzetek összeillesztése mentén párosával fordulnak elő. Ha most T egyik – mondjuk a kék-színű – oldala páratlan hosszú, akkor összesen páratlan sok kék oldalszakaszt kapunk. Miután pedig minden kis négyzetnek pontosan az egyik oldala kék, a kis négyzetek száma – vagyis T területének mérőszáma – szintén páratlan. Ez azt jelenti, hogy egy „kirakható” téglalapnak vagy mindkét oldala páratlan, vagy pedig egyik sem az.

Megmutatjuk, hogy a talált feltétel elégséges, azaz ha egy T téglalap oldalai egyező paritásúak, akkor kirakható az előírt módon.

Ha T mindkét oldala *páratlan*, akkor színezzük ki a négy oldalát egy-egy színnel. Ezután a T belsejében az oldalaktól egész távolságra haladó szakaszok mindegyikét a tőle páros távolságra lévő oldallal festjük egyező színűre. Az oldalak hossza páratlan, így ez a szín egyértelmű, és nyilván jó színezést kapunk.

1986-10-309-1.eps

Ha T mindkét oldala *páros*, akkor vegyünk fel T -ben olyan pontot, amely T két szomszédos oldalától egységnyi távolságra van. Ezen át az oldalakkal húzott párhuzamosok négy olyan téglalapra bontják T -t, amelyek oldalai páratlanok, így ezeket kifesthetjük a megfelelő módon. Ha most a színeket és az illesztést az ábra szerint választjuk, akkor T -nek is egy jó színezését kapjuk.

Megjegyzés. A feladat a 2265. gyakorlat (a megoldás az ez évi januári szám 17–18. oldalán található) általánosítása. Ott egy negyedsík rácsegyeneseinek alkalmas kiszínezésével mutattuk meg, hogy minden négyzet összeilleszthető az adott módon. Az így kiszínezett negyedsíkon egyébként jól kiszínezve megtalálhatók a páratlan \times páratlan oldalú téglalapok is, az olyanok viszont nem, amelyek mindkét oldala páros. Érdekes volna a rácsegyenesek egy olyan színezésének a megadása – akár a teljes síkon –, ahol valamennyi összerakható téglalap megtalálható jól kiszínezve.