A feladatban a legszokatlanabb függvény $\pi(n)$, próbáljuk ezt kicsit más formában felírni! $\pi(1) = 0$, $\pi(2) = 1$ (hiszen 2-ig az egyetlen prímszám a 2), továbbá $\pi(3) = \pi(4) = 2$, $\pi(5) = \pi(6) = 3$, s általában minden $m \geq 1$-re

$$p_m \leq n < p_{m+1} \quad \text{esetén} \quad \pi(n) = m. \tag{1}$$

Ez a formula $n = 1$-re is érvényben marad $p_0 = 1$ megállapodással. Az (1)-beli kettős egyenlőtlenséghez $\pi(n) = m$-et adva kapjuk, hogy $p_m \leq n < p_{m+1}$ esetén

$$p_m + m \leq n + \pi(n) < p_{m+1} + m. \tag{2}$$

Vagyis míg n a p_m-től $(p_{m+1} - 1)$-ig fut, addig $n + \pi(n)$ csupa különböző és egyre nagyobb értékeket vesz föl $p_m + m$ és $p_{m+1} + m - 1$ között (a határokat is beleértve). S mivel ebben a zárt intervallumban pontosan annyi egész szám van, ahány különböző argumentum, az $n + \pi(n)$ függvény, miközben n végigfut p_m-től $(p_{m+1} - 1)$-ig, minden egész értéket felvesz $p_m + m$ és $p_{m+1} + m - 1$ között, ezeket a számokat is beleértve. Így az $n + \pi(n)$ függvény értékkészlete, ami éppen a B halmaz, a következő részekre bomlik:

$$\begin{aligned}
1 = p_0 \leq n < p_1 &\quad \text{esetén} \quad p_0 + 0 \quad \text{és} \quad p_1 - 1 \text{ között;}\\
p_1 \leq n < p_2 &\quad \text{esetén } p_1 + 1 \quad \text{és} \quad p_2 \text{ között;}\\
p_2 \leq n < p_3 &\quad \text{esetén } p_2 + 2 \quad \text{és} \quad p_3 + 1 \text{ között;}\\
&\quad \vdots\\
p_{m-1} \leq n < p_m &\quad \text{esetén} \quad p_{m-1} + (m-1) \quad \text{és} \quad p_m + (m-2) \quad \text{között;}\\
p_m \leq n < p_{m+1} &\quad \text{esetén} \quad p_m + m \quad \text{és} \quad p_{m+1} + (m-1) \quad \text{között;}\\
&\quad \vdots
\end{aligned}$$

minden egész értéket fölvesz (a határokat is beleértve). Ezért B-nek a pozitív egészek közül pontosan a $p_1 + 0$, $p_2 + 1$, $\ldots$, $p_m + (m-1)$, $\ldots$ számok nem elemei. Ezek pedig éppen az A halmazt adják ki; az állítást bizonyítottuk.

Megjegyzés. Tulajdonképpen sehol sem használtuk ki, hogy a p_1, p_2, $\ldots$ sorozat éppen a prímszámokból áll; a gyakorlat állítása tetszőleges (szigorúan monoton növő) sorozatra és a hozzátartozó „gyakoriság- függvényre” igaz.