

Ha  $n+k \leq 1$ , azaz legfeljebb egy golyó van, akkor mindkét esemény lehetetlen, a szóban forgó valószínűségek értéke így 0. A továbbiakban tegyük fel, hogy  $n+k \geq 2$ .

Jelölje  $U$  azt az eseményt, hogy a kihúzott golyók ugyanolyan színűek,  $K$  pedig azt, hogy különbözők. *Bármely két golyó kihúzása egyformán valószínű, így az  $U$  és a  $K$  események valószínűségének a felírásához azoknak a pároknak a számát kell meghatároznunk, amikor a két golyó ugyanolyan, illetve különböző színű.* A kérdéses valószínűségeket ezután úgy kapjuk, hogy ezeket a számokat elosztjuk az összesen kiválasztható párok számával,  $\binom{n+k}{2}$ -vel.

Az  $U$  esemény két egymást kizáró módon valósulhat meg; úgy, hogy mindkét kihúzott golyó fehér – ez  $n(n-1)/2$  lehetőség –, vagy pedig úgy, hogy mindkettő piros – ilyen pár  $k(k-1)/2$  darab van. (Vegyük észre, hogy ezek a formulák akkor is a helyes – nulla – eredményt adják, ha  $n$  vagy  $k$  kisebb, mint 2.)

A  $K$  esemény  $n \cdot k$ -féleképpen következhet be, hisz az  $n$  darab fehér golyó mindegyikéhez kiválasztható bármelyik a  $k$  darab piros közül.

Azokat az  $n, k$  nem negatív egészeket keressük tehát, amelyekre

$$(1) \quad P(U) = \left[ \frac{n(n-1)}{2} + \frac{k(k-1)}{2} \right] / \binom{n+k}{2} = n \cdot k / \binom{n+k}{2} = P(K).$$

Rendezés után kapjuk, hogy (1) pontosan akkor teljesül, ha  $(n-k)^2 = n+k$ . Az  $n-k = t$  jelölést bevezetve innen  $n+k = t^2$ , ahonnan

$$(2) \quad k = \frac{(t-1) \cdot t}{2} \quad \text{és} \quad n = \frac{t \cdot (t+1)}{2}.$$

Ezek a mennyiségek a  $t$  minden egész értékére nemnegatív egészek és mivel  $|t| > 1$  esetben lépéseink megfordíthatók, a (2) szerint kiszámolt  $(k, n)$  párokra teljesül (1) – ekkor mindkét valószínűség  $1/2$ .

Összefoglalva tehát: a szóban forgó  $(k, n)$  párok halmaza a  $\left\{ \frac{t^2-t}{2}, \frac{t^2+t}{2}; t \text{ egész} \right\}$  halmaz, vagyis a következő sorozat bármelyik két szomszédos eleme lehet az  $n$  és a  $k$ , illetve a  $k$  és az  $n$ :

$$0, 1, 3, 6, \dots, \frac{m(m-1)}{2}, \dots$$