Tekintsük a feladatot megoldottnak! Messe a keresett egyenes az OC sugarat az M, a BC ívet pedig az E pontban! Legyen $AM=x$ (1. ábra).

1986-09-260-1.eps

1. ábra

Ha az x hosszúságú szakaszt meg tudjuk szerkeszteni, akkor a feladatot lényegében megoldottuk, hiszen az A középpontú x sugarú kör a CD átmérőn kimetszi az M pontot, és AM a megfelelő egyenes lesz.

Az ABE és AMO háromszögek hasonlóak, mert szögeik megegyeznek. A megfelelő oldalaik arányára kapjuk, hogy

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AO}{AM} \quad \text{azaz: } \frac{x+d}{2}=\frac{1}{x}.$$

Rendezve:

$$x^2+dx-2=0.$$

Ennek az egyenletnek csak a pozitív megoldását keressük, ezért:

$$x=\frac{-d+\sqrt{d^2+8}}{2}.$$

Ezután d ismeretében a $\sqrt{d^2+8}$ szakasz, és így x is könnyen szerkeszthető (2. ábra).

1986-09-261-1.eps

2. ábra

Mivel a fenti lépések megfordíthatók, a kapott x szakasszal szerkesztett M pontra $ME=d$, tehát valóban a megoldást kapjuk.

A feladatnak nyilván csak akkor lehet megoldása, ha

$$0 \le d \le 1. \tag{1}$$

Ekkor egyszerű számolással adódik, hogy

$$1 \le \frac{-d+\sqrt{d^2+8}}{2} \le \sqrt{2},$$

tehát az A középpontú x sugarú kör metszi – a$d=1$ esetben pedig O-ban érinti – az OC szakaszt, vagyis ha (1) teljesül, akkor a feladatnak létezik, mégpedig csak egy megoldása.