

A rövidség kedvéért hívjuk „szépnek” azokat a számokat, amelyek előállnak két négyzetszám összegeként vagy különbségeként. Először azt fogjuk belátni, hogy az állítás első fele igaz, tehát bármilyen számnál van nagyobb hét szomszédos szép szám.

Az összes páratlan és az összes 4-gyel osztható szám szép, mivel $2m+1 = (m+1)^2 - m^2$ és $4m = (m+1)^2 - (m-1)^2$. Így a $8k-1$, $8k+1$, $8k+3$, $8k+4$, $8k+5$ alakú számok minden pozitív egész k -ra szépek. Elegendő most már megmutatnunk, hogy akármilyen nagy k -ra van olyan $k^* \geq k$ szám, hogy $8k^*+2$ szép szám. Valóban, ha $k^* = n^2$, akkor $8n^2+2 = (2n+1)^2 + (2n-1)^2$ miatt $8k^*+2$ szép.

Az állítás első fele tehát igaz, mert a $8n^2-1$, $8n^2$, $8n^2+1$, $8n^2+2$, $8n^2+3$, $8n^2+4$, $8n^2+5$ számok minden pozitív n -re szépek.

Az is látszik, hogy az állítás második feléhez elég belátni, hogy egyetlen $8k+6$ alakú szám sem szép. Egy szám négyzete 0 vagy 1, vagy pedig 4 maradékot ad 8-cal osztva, ezek közül pedig semelyik kettő összege, illetve különbsége nem adja ki a 6 – illetve -2 – maradékot. Ez azt jelenti, hogy egyetlen szép szám sem adhat 6 maradékot 8-cal osztva, így az idézett kijelentés második fele is igaz.