Olyan hajtási egyeneseket vizsgálunk, amelyek a három kör középpontján átmenő f egyenesre merőlegesek. (Megmutatható, hogy másféle egyenes nem jöhet szóba.) Ekkor a körök síkjára merőleges, az f egyenest tartalmazó S sík szimmetriasíkja lesz az egész elrendezésnek, a hajtogatás előtt és azután is.

1986-03-120-1.eps

1. ábra

Elegendő tehát az S síkra szorítkozni, és megmutatni, hogy ha adott az f egyenesen három közös pont nélküli szakasz – legyenek ezek AB, CD és EF –, akkor a két szélső szakaszt el lehet forgatni az S síkban egy-egy, az f egyenesen levő P és Q pont körül úgy, hogy az így kapott $A'B'$, CD és $E'F'$ szakaszok egy közös k kör húrjai legyenek. Ezután ugyanis a három eredeti és a két elforgatott szakaszra mint átmérőkre olyan köröket rajzolva, amelyek síkja merőleges az S síkra, továbbá a közös k körre mint főkörre gömböt rajzolva, látható, hogy a forgatási pontokban S-re állított két merőleges egyenes éppen a feladat megoldását adja.

Tekintsük tehát az S síkot! Legyen R egy olyan szakasz, amely nagyobb mindhárom adott kör sugaránál; ez lesz a közös k kör sugara. Mindhárom szakaszra mint alapra rajzoljunk egy-egy egyenlő szárú háromszöget az S síkban, amelyek szára R hosszúságú! Legyenek a harmadik csúcsok rendre X, Y, Z. Olyan P és Q pontokat keresünk, amelyek körül az ABX, illetve az EFZ háromszögeket elforgatva az X, illetve a Z pont az Y pontba jut. A P pont tehát egyenlő távol van az X és Y pontoktól, vagyis P az XY szakasz felező merőlegesének és az f egyenesnek a metszéspontja. A BCY háromszögben C-nél tompaszög van, tehát $BY > CY = R$, azaz $BY > BX$, ugyanígy $CY < CX$. Vagyis B és C a felező merőleges két különböző oldalán van, ez azt jelenti, hogy P a BC szakaszon van. Emiatt a P-n átmenő, S-re merőleges egyenes menti hajtás nem „gyűri össze” a köröket.

1986-03-121-1.eps

2. ábra

Hasonlóan adódik a DE szakasz belsejében a Q pont, mint az YZ szakasz felező merőlegesének és az f egyenesnek a metszéspontja. Ha az így meghatározott P és Q pont körül az ABX, illetve az EFZ háromszöget úgy forgatjuk el, hogy X, Y és Z egybeessék, akkor a három szakasz végpontjai R távolságra kerülnek Y-tól, tehát a szakaszok egy közös kör húrjai lesznek.

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Megjegyzések. 1. A gömb R sugarára csak annyi megkötésünk volt, hogy az nagyobb legyen, mint a három kör sugara. Az is látható, hogy bármilyen gömbsugár esetén ugyanaz lesz a hajtási egyenes, éspedig a két szomszédos kör hatványvonala. Ez azért van így, mert a hajtogatás után teljesülniük kell a $PA\cdot PB = PA'\cdot PB' = PC\cdot PD$ és a $QC\cdot QD = QE'\cdot QF' = QE\cdot QF$ összefüggéseknek; ez szükséges feltétele annak, hogy a három kör egy gömbön legyen.

2. Ha a gömb sugarát elég nagyra választjuk, akkor elérhető, hogy a papírlap két felhajtott része ne „érjen össze”. Ehhez elegendő, ha pl. $R > AF$.

3. A megoldásban nem használtuk ki, hogy a körök között nincsenek egyenlő sugarúak, ez a feltétel tehát nem szükséges.

Amennyiben a középpontok nincsenek egy egyenesen, akkor az 1. megjegyzés értelmében két-két kör hatványvonala még mindig megoldásnak tekinthető, bár a két felhajtás egyidejűleg nem hajtható végre.