

Legyen az ABC háromszög súlypontja S , az AC befogó felezőpontja pedig F . Mivel a háromszög súlypontja harmadolja a súlyvonalakat, ezért

$$BS = 2SF, \quad \text{azaz} \quad BS = \frac{2}{3}BF.$$

1986-03-118-3.eps

A feltétel szerint a CS szakasz merőleges a BF szakaszra, ezért a BCF és a BSC háromszögek szögei megegyeznek, így a két háromszög hasonló. A két háromszögben ezért a megfelelő oldalak aránya is megegyezik, azaz

$$\frac{BF}{BC} = \frac{BC}{BS} = \frac{3BC}{2BF}.$$

Rendezés után $BF^2 = \frac{3}{2}BC^2$, ahonnan

$$BF = \sqrt{\frac{3}{2}}a.$$

A megadott feltételeknek eleget tevő ABC háromszög létezik, oldalai $BC = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $AB = a\sqrt{3}$. Ezzel a feladatot megoldottuk.

Megjegyzés. Ilyen háromszöget határoz meg a kocka A, B, C csúcshármasa, ha A és B egy testátló végpontjai és C szomszédos B -vel.