Tudjuk, hogy egy tízszög átlóinak száma $10\cdot 7/2=35$. Jelöljük az átlók hosszának összegét A-val, a tízszög kerületét K-val!

1986-03-118-1.eps

A háromszög-egyenlőtlenségből következik, hogy egy konvex négyszög átlói hosszának összege nagyobb, mint két szemben fekvő oldala hosszának összege. Tekintsünk a tízszögben két nem szomszédos oldalt! Ezek végpontjai a 10-szög konvex volta miatt egy konvex négyszöget határoznak meg. A fentiek szerint tehát a 10-szög két kiszemelt oldala hosszának összege kisebb, mint a végpontjaikat összekötő, metsző átlók hosszának összege. Az ábra jelöléseit használva

$$a+b<x+y. \tag{1}$$

Vegyük számba a nem szomszédos oldalpárokat! A tízszög minden oldalához 7, vele nem szomszédosat találhatunk. Minden pár két oldalból áll, így minden párt kétszer számoltunk, ezért $10\cdot 7/2=35$. különböző oldalpár van. Írjuk fel minden oldalpár esetén az (1)-nek megfelelő egyenlőtlenségeket, majd adjuk ezeket össze! Ekkor a bal oldali összegben a tízszög minden oldalhossza hétszer szerepel, mert minden oldal hét oldalpárban fordul elő. A jobb oldali összegben minden átló kétszer szerepel, mert minden átlót két oldalpárnál vettünk számításba. (Az ábrán látható AE átlót pl. az AB és EF, valamint az AJ és ED oldalpárnál.) Tehát

$$7K<2A \quad \text{azaz} \quad \frac{K}{10}<\frac{A}{35}.$$

Ez pedig éppen a bizonyítandó állítás.

1986-03-118-2.eps

Megjegyzés. Az állítás tetszőleges, legalább négyoldalú konvex sokszögben igaz, a fenti bizonyítás általában is elismételhető. Konkáv sokszögre az állítás általában nem igaz. $n=4$-re például az ABC szabályos háromszög csúcsait és S súlypontját tekintve, az $ASBC$ konkáv négyszögben éppen egyenlő a két szóban forgó mennyiség, ha pedig S' az SC szakasz belső pontja, akkor az $AS'BC$ négyszögben az átlók számtani közepe már kisebb az oldalak számtani közepénél.