Ha a keresett szám tízes számrendszerbeli alakjában a jegyek helyi érték szerint rendre a_0, a_1, a_2, …, a_n, akkor egyfelől $0 \leqq a_i \leqq 9$, $a_n \neq 0$, másrészt a feltételek szerint

$$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0 = a_n^2 + a_{n-1}^2 + \ldots + a_0^2 + 1.$$

Rendezés után

$$a_n(10^n - a_n) + a_{n-1}(10^{n-1} - a_{n-1}) + \ldots + a_1(10 - a_1) = a_0(a_0 - 1) + 1 \tag{1}$$

adódik. Itt a jobb oldal $a_0 = 9$ esetén a legnagyobb, értéke ekkor 73. A bal oldal legalább $a_n(10^n - a_n)$. Mivel $1 \leqq a_n \leqq 9$, ezért

$$(a_n - 1)(10^n - a_n - 1) \geqq 0, \quad \text{ha} \quad n \geqq 1.$$

Beszorzás és rendezés után kapjuk, hogy

$$a_n(10^n - a_n) \geqq 10^n - 1,$$

így (1) szerint

$$73 \geqq 10^n - 1,$$

vagyis n legfeljebb 1 lehet, a keresett szám ezért legfeljebb kétjegyű. (1)-ből ekkor

$$a_1(10 - a_1) = a_0(a_0 - 1) + 1 \tag{2}$$

adódik.

A (2) jobb oldalán páratlan szám áll, a_1 tehát páratlan. $a_1(10 - a_1) - 1$ lehetséges értékei innen 8, 20 vagy pedig 24. Ezek közül csak a 20 írható fel két szomszédos egész szám szorzataként, $20 = 5 \cdot 4$, vagyis $a_0 = 5$, ahonnan $a_1 = 3$ vagy pedig $a_1 = 7$.

A feladatnak tehát két megoldása van, a 35 és a 75.