A megoldás kulcsa az az észrevétel, hogy ha három adott város között fellépő három távolság közül kettőt ismerünk, akkor a harmadikat már ki tudjuk számolni. A városok ugyanis egy egyenes mentén helyezkednek el, így ez a harmadik távolság aszerint lesz a két ismert távolság összege vagy pedig a különbsége, hogy az a város, amelynek a másik kettőtől mért távolságát ismerjük, elválasztja-e a másik kettőt, vagy sem. Ezt felhasználva a megoldók módszeresen töltögették ki a hiányos táblázatot, míg végül valamennyi hiányzó értékre rátaláltak Az alábbiakból kiderül, hogy ez miért sikerülhetett.

Áttekinthetőbb lesz a kép, ha az egyes városokat egy nyolcoldalú sokszög csúcsaiként ábrázoljuk és éllel kötjük össze azokat a csúcsokat, amelyeknek ismerjük a távolságát (1. ábra). Így egy úgynevezett gráfot kapunk.

1986-03-114-2.eps

1. ábra

Az ábrából látható, hogy a hét ismert útszakasz mentén a B városból indulva a $BEHCFADG$ útvonalon eljuthatunk a G városig úgy, hogy minden várost pontosan egyszer ejtünk útba. Igaz az is – és ez a lényeg –, hogy bármely két város között létezik ismert hosszúságú szakaszokból álló útvonal, mégpedig csak egy. Kiszemelve most már egyet a városok közül – legyen ez például az A –, a további városok A-tól mért távolsága az A-ból hozzájuk vezető útvonal mentén haladva határozható meg az adott és az útközben megismert távolságok alapján a bevezetőben említettek szerint. Az A város esetében ez az ADG, illetve az $AFCHEB$ útvonalak bejárását jelenti,

Az ADG útvonal mentén kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} &AD=28 \qquad \text{adott, és} \\ &AG=AD+DG=28+22=50, \end{aligned}$$

az $AFCHEB$ útvonalon pedig

$$\begin{aligned} &AF=43 \qquad \text{adott} \\ &AC=AF-FC=43-25=18, \\ &AH=AC+CH=18+38=56, \\ &AE=AH-HE=56-24=32, \qquad \text{végül} \\ &AB=AE-EB=32-27=5. \end{aligned}$$

1986-03-114-3.eps

2. ábra

Miután pedig ismerjük egy városnak az összes többitől mért távolságát, bármely két város távolsága meghatározható. A teljesen kitöltött táblázatot a 2. ábra mutatja. A szomszédos városok közti távolságok: $AB=5$, $BC=AC-AB=13$, $CD=AD-AC=10$, $DE=AE-AD=4$, $EF=AF-AE=11$, $FG=AG-AF=7$, $GH=AH-AG=6$.

Megjegyzés. Látható, hogy feladatunk az ismertnek adott távolságok bármely értéke mellett egyértelműen megoldható. Ez nyilván általában is igaz, ha az 1. ábra mintájára elkészített gráf összefüggő – azaz bármely két pontja között vezet út és a gráf ún. „fa” is – azaz bármely két pontja között csak egy út vezet. Nem összefüggő gráfra a feladat nem oldható meg, ha pedig vannak olyan városok, amelyek között több út is vezet, akkor az ezek szakaszaira vonatkozó feltételek nem függetlenek, a feladatnak igy nincs mindig megoldása.

Mivel egy n pontú fának $n-1$ éle van, általában az mondhatjuk, hogy az összes távolságok meghatározásához $n-1$ távolság megadása szükséges és ennyi elegendő is, ha az ismert hosszúságú szakaszok egy fa éleit alkotják.