Ha $m$ nem négyzetszám, akkor legyen $d^2 < m < (d+1)^2$. Ekkor $m = d^2 + k$, ahol $0 < k < 2d+1$. Így $\left[\sqrt{m}\right] = d$, vagyis $f(m) = d^2 + k + d$. $f\big(f(m)\big)$ értéke attól függ, hogy $f(m)$ túllépi-e a következő négyzetszámot, $(d+1)^2$-t. Ha még $k + d < 2d + 1$, azaz $k < d + 1$, akkor $\left[\sqrt{f(m)}\right]$ még mindig $d$, így $f\big(f(m)\big) = d^2 + k + 2d = (d+1)^2 + (k-1)$.

Ha tehát $m$ és a nála kisebb legnagyobb négyzetszám eltérése nem nagyobb, mint $\left[\sqrt{m}\right]$, akkor $f\big(f(m)\big)$ esetén ugyanez az eltérés eggyel csökken. Ez azt jelenti, hogy gondolatmenetünk $f\big(f(m)\big)$-ből indulva ismételhető, vagyis az említett eltérés minden második $f$ értékre egyesével csökken. Előbb-utóbb tehát nullává válik, azaz a sorozat megfelelő eleme négyzetszám.

Esetünkben $m = 1111 = 33^2 + 22$, vagyis teljesül, hogy

$$m - \left[\sqrt{m}\right]^2 \leqq \left[\sqrt{m}\right]. \tag{1}$$

A fentiek szerint tehát a sorozat 45-ödik tagja négyzetszám, értéke $(33+22)^2 = 3025$.

*Megjegyzés.* A feladat állítása bármely pozitív valós $m$ számra igaz, ami azt is jelenti, hogy az adott sorozat elemei között végtelen sok négyzetszám található.

Ha ugyanis $m$ négyzetszám, vagy teljesül rá (1), akkor a megoldás szerint készen vagyunk. Ha nem, akkor a megoldás jelöléseivel $m = d^2 + k$ és $d + 1 \leqq k < 2d + 1$. Ekkor

$$f(m) = d^2 + k + d = (d+1)^2 + k - d - 1.$$

Mivel $0 \leqq f(m) - \left[\sqrt{f(m)}\right] = k - d - 1 < d < \left[\sqrt{f(m)}\right]$, azért $f(m)$-re teljesül (1), megoldásunk tehát $m$ helyett $f(m)$-ből indulva továbbra is megismételhető.