

Legyenek a sokszög oldalai rendre  $a_1, a_2, \dots, a_{1985}$  cm hosszúak. Megmutatjuk, hogy van két olyan szomszédos oldal, amelyek hosszának összege kisebb, mint  $2\sqrt{2}$  cm. Tegyük fel, hogy nem, ekkor

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &\geq 2\sqrt{2}, \\ a_2 + a_3 &\geq 2\sqrt{2}, \\ &\vdots \\ a_{1984} + a_{1985} &\geq 2\sqrt{2}, \\ a_{1985} + a_1 &\geq 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Ezeket összeadva

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2800 &= 2(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{1985}) = (a_1 + a_2) + \\ &+ (a_2 + a_3) + \dots + (a_{1984} + a_{1985}) + (a_{1985} + a_1) \geq 1985 \cdot 2\sqrt{2} > 564, \end{aligned}$$

ellentmondás. Tehát van olyan két szomszédos oldal – legyenek ezek  $AB$  és  $BC$  –, amelyek hosszának összege kisebb  $2\sqrt{2}$  cm-nél:  $AB + BC < 2\sqrt{2}$ .

Állítjuk, hogy az  $ABC$  háromszög területe kisebb  $1 \text{ cm}^2$ -nél. A háromszög területe legfeljebb akkora, mint két oldal szorzatának fele:

$$T \leq \frac{1}{2} AB \cdot BC \leq \frac{1}{2} \left( \frac{AB + BC}{2} \right)^2,$$

a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenség szerint, vagyis  $AB + BC < 2\sqrt{2}$  alapján  $T < \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ . Az  $ABC$  háromszög tehát eleget tesz a feladat követelményeinek. Kicsit többet láttunk be, mint amennyit a feladat kért, nevezetesen a sokszögnek mindig van három *szomszédos* csúcsa is, amelyek egy  $1 \text{ cm}^2$ -nél kisebb területű háromszöget adnak.