

Legyenek a négyszög csúcsai A, B, C, D , a négyzetek középpontjai E, F, G, H ; K és L pedig a CD , illetve DA oldalra írt négyzetek C -vel, illetve A -val átellenes csúcsai. Jelöljük az AC, HF, EG, BD szakaszok felezőpontjait rendre F_1, F_2, F_3, F_4 -gyel. Azt kell megmutatnunk, hogy az $F_1F_2F_3F_4$ négyszög szomszédos oldalai egymásra merőlegesek és egyenlő hosszúak.

1987-11-385-1.eps

Az LCD háromszöget a D pont körül pozitív irányban 90° -kal elforgatva az ADK háromszöget kapjuk, ezért AK és LC egymásra merőleges, egyenlő hosszúságú szakaszok. Ekkor viszont az F_1G és HF_1 – mint az AKC , illetve LCA háromszögek középvonalai – szintén egyenlő hosszúak és egymásra merőlegesek. Ugyanígy kapjuk, hogy az F_1E és az F_1F szakaszok is egyenlő hosszúak és egymásra merőlegesek. Ez azt jelenti, hogy a GF_1E háromszöget F_1 körül pozitív irányban 90° -kal elforgatva éppen a HF_1F háromszöget kapjuk. Ekkor viszont a két háromszög F_1 csúcshoz tartozó súlyvonalai is egymás 90° -os elforgatottjai, vagyis az F_1F_3 és F_1F_2 szakaszok egymásra merőlegesek és egyenlő hosszúak. Hasonlóképp látható ez az F_4F_2 és F_4F_3 szakaszokról is, ami azt jelenti, hogy az $F_1F_2F_4F_3$ négyszög valóban négyzet.

Ezzel állításunkat beláttuk.

Megjegyzés. A feladatot sokan vektorok vagy komplex számok segítségével oldották meg.