

A megoldás során „háromszög”-nek azokat a háromszögeket nevezzük, amelyek csúcsai az adott sokszög csúcsai közül valók.

Az összes háromszögek száma éppen annyi, ahány különböző módon a  $2n + 1$  csúcs közül hármat ki tudunk választani, vagyis  $\binom{2n+1}{3} = \frac{(2n+1)2n(2n-1)}{6}$ . Ebből levonjuk azoknak a háromszögeknek a számát, amelyek nem tartalmazzák a középpontot. Nézzünk egy ilyen háromszöget és betűzzük meg a csúcsait  $A, B, C$ -vel úgy, hogy a betűzés pozitív körüjárási irányú legyen, a leghosszabb oldal pedig  $AC$ . Ezt nyilván egyértelműen tudjuk megtenni. Vizsgáljuk meg, hányféleképpen választható ki ilyen  $ABC$  háromszög! Az  $A$  csúcsot  $(2n+1)$  helyre tehetjük. A  $B$  és  $C$  csúcsok az  $A$  csúcsot a sokszög középpontjával összekötő egyenes jobb padjára eshetnek csak, ezeket az ott található  $n$  csúcs közül  $\binom{n}{2}$ -féleképpen választhatjuk ki. A középpontot nem tartalmazó háromszögek száma tehát  $(2n+1)\binom{n}{2}$ .

A feladat feltételének ezek szerint  $\binom{2n+1}{3} - (2n+1)\binom{n}{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  háromszög felel meg.