

Azt kell megmutatnunk, hogy  $p$  akkor és csakis akkor összetett szám, ha vannak olyan  $a, b, c, d$  pozitív egész számok, amelyekre  $p = a + b + c + d$ , és  $ab = cd$ .

1. Ha léteznek ilyen  $a, b, c, d$  pozitív egész számok, akkor

$$pb = ab + b^2 + cd + db = cd + b^2 + cb + db = (c + b)(d + b).$$

Ha  $p$  prímszám lenne, akkor  $p$  vagy  $(c + b)$ -nek, vagy  $(d + b)$ -nek osztója lenne, de ez nem lehetséges, mert  $p = a + b + c + d$  miatt  $p > (c + b)$  és  $p > (d + b)$ . Tehát  $p$  összetett szám.

2. Ha  $p$  összetett szám, akkor vannak olyan  $m$  és  $n$  1-nél nagyobb egész számok, amelyekre  $p = mn$ . Ekkor

$$p = (m - 1)(n - 1) + 1 + (m - 1) + (n - 1).$$

Ebben a felírásban az első két tag szorzata megegyezik a második két tag szorzatával. Minthogy mind a négy tag pozitív, ezzel igazoltuk, hogy létezik olyan felbontás, amelyet a feladatban megkívántunk.