Az A csúcsból bocsássunk merőlegest a BB' szögfelezőre, s jelöljük a BC oldalegyenessel való metszéspontját M-mel, és hasonlóan, a B-ből az AA' szögfelezőre bocsátott merőlegesnek az AC oldalegyenessel való metszéspontját jelöljük N-nel. (M és N nyilván a háromszögön kívülre esik.)

1985-11-393-1.eps

A szögszárak merőlegessége miatt

$$NBC\sphericalangle = A'AC\sphericalangle = \frac{\alpha}{2},$$
$$MAC\sphericalangle = B'BC\sphericalangle = \frac{\beta}{2}.$$

Az NBC és az $A'AC$ háromszögek hasonlóságából $BNC\sphericalangle = AA'C\sphericalangle$ adódik, ebből pedig következik, hogy a BNB' és az AMA' háromszögek is hasonlók.

Megfelelő oldalaikra tehát

$$AA' : BN = AM : BB' \qquad \text{és innen}$$
(1)
$$AA' \cdot BB' = AM \cdot BN.$$

Továbbá vegyük észre, hogy MBA háromszögben BO egyrészt szögfelező, másrészt merőleges a szemközti oldalra. Így BO az AM szakasz felező merőlegese, s ezért minden pontja egyenlő távol van a szakasz két végpontjától, vagyis $OM = OA$. Az MOA háromszög tehát egyenlő szárú, s mivel $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 45^\circ$, az $MOA\sphericalangle$ derékszög, s így $MA = \sqrt{2}AO$. Ugyanez mondható el az NOB háromszögről is, itt $NB = \sqrt{2}BO$. Ezeket (1)-behelyettesítve

$$AA' \cdot BB' = AM \cdot BN = \sqrt{2}AO \cdot \sqrt{2}BO = 2AO \cdot BO,$$

és ezt kellett bizonyítanunk.