

Belátjuk, hogy a feladat kérdésére a válasz tagadó. Tegyük fel ugyanis, hogy létezik a megfelelő sorozat, és jelöljük a_i -vel az i szám sorszámát ebben a sorozatban ($i = 0, 1, 2, \dots, 19$). Ekkor az a_0, a_1, \dots, a_{19} felsorolás az első 20 pozitív egész valamilyen sorrendben, ezért

$$(1) \quad a_0 + a_1 + \dots + a_{19} = 1 + 2 + \dots + 20 = 210.$$

A feltétel szerint másfelől

$$(2) \quad |a_0 - a_{10}| + |a_1 - a_{11}| + \dots + |a_9 - a_{19}| = 1 + 2 + \dots + 10 = 55.$$

Ha most P és N jelöli a (2) bal oldalán az abszolút érték jelek felbontása után pozitív, illetve negatív előjellel álló számok összegét, akkor (1) szerint $P + N = 210$, (2)-ből pedig kapjuk, hogy $P - N = 55$. Innen $2P$ és $2N$ páratlannak adódik, ami nem lehet, hisz P és N egész számok. Ez azt jelenti, hogy valóban nem létezik a mondott tulajdonságú sorozat.

Megjegyzés. A feladat lényegében a következő probléma speciális esete: létezik-e olyan $2n$ hosszúságú sorozat, amelyben a $0, 1, \dots, n-1$ számok mindegyike pontosan kétszer fordul elő, és bármelyik k szám két előfordulása között pontosan k darab szám szerepel a sorozatban? A bizonyításból kiolvasható, hogy ilyen sorozat létezéséhez szükséges, hogy az $(n+1)$ -től $(2n-1)$ -ig terjedő egészek összege páros legyen, ami azt jelenti, hogy n -nek 4-gyel osztva 0 vagy 1 maradékot kell adnia. Nem látszik könnyű kérdésnek, hogy a talált feltétel elégséges-e.

Mindenesetre $n = 1, 4, 5, 8$ és 9 esetén ilyen elrendezés létezik: 00, 2132003, 0023421314, 2412174635003765, 141008473625328765.