Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert:

$$4x^2 - 3y = xy^3, \tag{1}$$
$$x^2 + x^3y^2 = 2y. \tag{2}$$

Megoldás. A két egyenlet összege rendezés után szorzattá alakítható.
Valóban, $5x^2 - 3y + x^3y^2 = xy^3 + 2y$, ahonnan

$$5x^2 - 5y + x^3y^2 - xy^3 = (x^2 - y)(5 + xy^2) = 0. \tag{3}$$

Mivel az (1) és a (3) egyenletekből álló rendszer gyökei azonosak az eredeti egyenletrendszer gyökeivel, a továbbiakban ezt vizsgáljuk.

(3)-ból kapjuk, hogy vagy $x^2 = y$, vagy pedig $xy^2 = -5$.

Az első esetben (1)-be helyettesítve $x^2 = x^7$, azaz $x^2(x^5 - 1) = 0$ adódik. Így vagy $x = 0$ – és ekkor $y = 0$ – vagy pedig $x = 1$ és ekkor $y = 1$.

A második esetben $y \neq 0$, így $x = \dfrac{-5}{y^2}$. Ezt (1)-be helyettesítve

$$\frac{100}{y^4} - 3y = -5y, \qquad \text{ahonnan}$$
$$-50 = y^5, \quad \text{vagyis}$$
$$y = \sqrt[5]{-50}.$$

Innen $x = \dfrac{-5}{y^2}$ felhasználásával $x = \dfrac{-5}{\sqrt[5]{50^2}} = -\sqrt[5]{\dfrac{5}{4}}$. Az (1) és (3) egyenletrendszernek tehát három megoldása van: $x_1 = y_1 = 0$; $x_2 = y_2 = 1$ és $x_3 = -\sqrt[5]{\dfrac{5}{4}}$; $y_3 = -\sqrt[5]{50}$. Megjegyzésünk értelmében ezek az eredeti egyenletrendszernek is megoldásai.