

A bizonyítás a következő ötleten alapszik. Osszuk fel a háromszöget 12 részre úgy, hogy a részek mindegyike lefedhető legyen egy $5/17$ átmérőjű körrel. Ha mindegyik rész csak 2 pontot tartalmazna, akkor az elhelyezett pontok száma legfeljebb 24 lenne. Így a pontok tetszőleges elhelyezése esetén van olyan rész, ami legalább három pontot tartalmaz, kell tehát, hogy legyen a részeket lefedő körök között is egy, amelyik 3 pontot tartalmaz.

A többféle lehetséges felosztás közül egyet mutat be az 1. ábra.

1985-04-168-1.eps

1. ábra

Először meghúztuk a derékszögű háromszög középvonalait. Így 4 egybevágó, $1/2$ egység átfogójú derékszögű háromszöget kaptunk. Majd ezeket osztottuk tovább 3-3 egybevágó derékszögű háromszögre úgy, hogy először meghúztuk a 60° -os szög felezőjét, majd ennek talppontjából merőlegest állítottunk az átfogóra. A kapott 12 db háromszög egybevágó és átfogójuk

$$2x = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6} = 0,288\dots < 5/17 = 0,29\dots$$

Rajzoljuk meg a háromszögek körülírt köreit, ezek lefedik a háromszög valamennyi pontját, s így az elmondottak szerint kell, hogy legyen köztük egy, amelyik 3 pontot tartalmaz az adottak közül.

1985-04-169-1.eps

2. ábra

A 2. ábra a háromszög egy másik lehetséges felbontását mutatja. Ebben a háromszöget 10 részre bontottuk (6 egybevágó téglalapra és 4 egybevágó derékszögű háromszögre). Mindegyik rész lefedhető egy $\frac{1}{4} < \frac{5}{17}$ átmérőjű körrel. Eszerint már 21 pont között is van 3 olyan, amely lefedhető egy $5/17$ átmérőjű körrel. Ennél a felosztásnál nem használtuk ki, hogy a derékszögű háromszög egyik szöge 30° -os, csupán csak azt, hogy az átfogója egységnyi.