Jelöljük a hatszög oldalát a-val, a k kör sugarát r-rel. Eszerint a csúcsok köré írt körök sugara $a-r$, és a feltétel szerint $2(a-r) \leqq a$, ahonnan $r \geqq \frac{1}{2}a$ adódik. Másrészt r kisebb vagy egyenlő, mint a hatszögbe írt kör sugara, $a\sqrt{3}/2$.

1985-10-306-1.eps

Jelöljük a hatszög lefedett részének területét T-vel. Ez hét részből áll: a k körből és 6 db egybevágó 120°-os körcikkből, amelyeknek középpontja a hatszög egy-egy csúcsa és sugara $a-r$. Mivel $a-r \leqq \frac{a}{2}$, a körcikkek nem nyúlnak egymásba, s így

$$T = r^2\pi + 6\frac{(a-r)^2\pi}{3} = 3\pi\left(r - \frac{2}{3}a\right)^2 + \frac{2\pi}{3}a^2.$$

Ennek a másodfokú függvénynek akkor van minimuma, ha $r = 2a/3$, s ez a kívánt intervallumba esik.

Másrészt ha r értéke $a/2$-től $2a/3$-ig fut, T értéke csökken, ha pedig $2a/3$-tól a másik határig, $a\sqrt{3}/2$-ig fut, akkor T nő. Így T legnagyobb értékét a két szélső hely valamelyikén veszi fel. S mivel

$$\left|\frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3}a\right| > \left|\frac{a}{2} - \frac{2}{3}a\right|,$$

azért ez a hely $r = a\sqrt{3}/2$.

A lefedett rész területe tehát akkor minimális, ha $r = 2a/3$, vagyis a középpont körül rajzolt kör sugara kétharmada a hatszög oldalának, és akkor maximális, ha k a hatszög beírt köre.

Megjegyzés. Megoldóink közül többen észrevették, hogy a feladat általánosabb megfogalmazásban már szerepelt lapunkban (1976. évi 52. kötet, 2. szám, 63. oldal, F. 2004.). Ott az volt a feladat, hogy szabályos n-szög esetén szerkesszük meg azt a kört, amelyre hasonló feltételek mellett a lefedett rész területe minimális, ill. maximális. Az ottani megoldás bizonyos szempontból több, mint amit $n = 6$ esetére kívántunk, a mi feladatunkra a megoldás kiolvasható onnan. Mégsem fogadtuk el azokat a dolgozatokat, amelyekben kizárólag az állt, hogy a feladat megoldása általánosabb formában megtalálható itt és itt, de a feladat kérdésére (mármint hogy mekkora k sugara, ha a lefedett terület legkisebb, ill. legnagyobb) nem adtak választ. Ez ugyanis az idézett megoldásban nem szerepel.