

Legyen az adott oldal  $AB$ , a hozzá tartozó magasság  $m_a$ , a  $B$  csúcsnál levő szög pedig  $\beta = 2\alpha$ . Tükrözzük a háromszöget az  $AB$  oldal  $f$  felezőmerőlegesére,  $C$  tükörképe  $C'$ , a  $CC'$  szakasz felezőpontja  $F$ .

1985-04-165-1.eps

1. ábra

A tengelyes szimmetriából következik, hogy  $ABCC'$  egyenlő szárú trapéz,  $AB$  és  $CC'$  párhuzamosak, így  $C'CA \sphericalangle = CAB \sphericalangle = \alpha$ . Mivel  $CBA \sphericalangle = C'AB \sphericalangle = 2\alpha$ , a  $CC'A$  háromszögben  $C'AC \sphericalangle = \alpha$ , azaz  $CC'A$  egyenlő szárú:  $CC' = C'A$ .

Az  $AF$  szakasz a  $CC'A$  háromszög súlyvonala,  $S$  súlypontja  $AF$ -nek  $F$ -hez közelebbi harmadolópontja, erre  $AS = SC$ , hiszen  $CC'A$  egyenlő szárú.

1985-04-165-2.eps

2. ábra

Az elemzés alapján a szerkesztés a következő. Húzzuk meg az  $AB$  oldallal párhuzamos, attól  $m_a$  távolságra haladó  $e$  egyenest.  $AB$  felező merőlegesének és  $e$ -nek metszéspontja  $F$ . Az  $AF$  szakasz  $F$ -hez közelebbi harmadolópontja  $S$ , végül az  $S$  középpontú,  $SA$  sugarú kör metszi ki  $e$ -ből a  $C$  csúcsot (2. ábra). A kör és egyenes két metszéspontja közül csak az felel meg  $C$ -nek, amelyik az  $f$  felező merőleges  $B$ -t tartalmazó oldalán van, hiszen  $CBA \sphericalangle = 2\alpha > CAB \sphericalangle = \alpha$  kell hogy fennálljon.

A szerkesztés menetéből következik, hogy ilyen  $C$  pont mindig létrejön, és hogy csak egy, hiszen  $r = SA > SF$ .

Végül belátjuk, hogy a kapott háromszög eleget tesz az előírásnak.

Az  $AB$  oldal és az ahhoz tartozó magasság valóban egyezik a megadottakkal. Azt, hogy  $CBA \sphericalangle = 2 \cdot CAB \sphericalangle$ , a következő mutatja.  $C$ -t  $F$ -re tükrözve,  $S$  súlypontja az adódó  $CC'A$  háromszögnek. Ám a szerkesztés miatt  $SA = SC$ , vagyis a  $CC'A$  háromszögben a  $C$ -ből, ill.  $A$ -ból induló súlyvonal egyenlő hosszú. Használva azt a tételt, hogy ha egy háromszögben két súlyvonal egyenlő hosszú, akkor a háromszög egyenlő szárú, következik, hogy  $BAC \sphericalangle = ACC' \sphericalangle = C'AC \sphericalangle$ . Így  $2 \cdot BAC \sphericalangle = BAC \sphericalangle + CAC' \sphericalangle = BAC' \sphericalangle = CBA \sphericalangle$  a tengelyes szimmetria miatt, ahogyan kívántuk.