Jelöljük a háromszög szögeit a szokásos módon α, β és γ-val, ahol $\alpha \leqq \beta \leqq \gamma$. A szögek mértékszámai számtani sorozatot alkotnak és $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$, tehát $\beta=60^\circ$.

Legyen az A-ból a BC oldalra bocsátott merőleges talppontja T. Az ATB derékszögű háromszög B-nél levő szöge 60°-os, tehát

$$BT=\frac{c}{2}, \qquad AT=\frac{\sqrt{3}}{2}c.$$

Így az ACT derékszögű háromszögből

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2+\left(a-\frac{c}{2}\right)^2=b^2,$$

vagyis $a^2+c^2-ac=b^2$, ahonnan ac-vel osztva és rendezve

$$\frac{a}{c}+\frac{c}{a}=\frac{b^2}{ac}+1=1+\frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}+\frac{b}{c}\right)^2-\frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}-\frac{b}{c}\right)^2. \tag{1}$$

Mivel $a \leqq b \leqq c$ és az oldalak reciprokai is számtani sorozatot alkotnak, azért

$$\frac{1}{b}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right),$$

ahonnan $\dfrac{b}{a}+\dfrac{b}{c}=2$. Ezt (1)-be helyettesítve

$$\frac{a}{c}+\frac{c}{a}=2-\frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}-\frac{b}{c}\right)^2 \leqq 2. \tag{2}$$

Egy pozitív szám és reciprokának összege azonban mindig legalább 2, és egyenlőség csak akkor áll, ha a szám éppen 1. Így (2) csak úgy teljesülhet, ha $\dfrac{a}{c}=1$, azaz $a=c$. Ám ekkor $a \leqq b \leqq c$ miatt a háromszög mindhárom oldala egyenlő. A háromszög szabályos, a szögek mind 60°-osak, és a szögek, valamint az oldalak reciprokai is számtani sorozatot alkotnak.