

Legyen  $CAB \sphericalangle = \alpha$ . Ekkor  $EBD \sphericalangle = \alpha$ , hiszen  $BD \perp AB$  és  $BE \perp AC$  miatt  $CAB \sphericalangle$  és  $EBD \sphericalangle$  merőleges szárú szögek, s mivel mindkettő hegyesszög, egyenlők.

Jelölje  $G$  az  $EF$  és  $AB$  egyenesek metszéspontját. A szerkesztésből következik, hogy  $EGBD$ -nek mind a négy szöge derékszög, s ezért  $GB = ED$ ,  $BD = GE$ . Továbbá az  $ADB$  és  $BDE$  hasonló derékszögű háromszögekből  $AB : BD = BD : DE$ , vagyis

$$(1) \quad AB \cdot DE = AB \cdot BG = BD^2.$$

Az  $AFB$  derékszögű háromszögben (bármelyik is legyen  $F$  a két metszéspont közül) a befogó tétel szerint

$$FB^2 = BG \cdot BA \quad \text{és így (1) szerint} \quad FB^2 = BD^2,$$

azaz  $FBD$  egyenlő szárú. Így  $FD$  alapjának felező merőlegese mindig átmegy a szemközti  $B$  csúcson, feltéve, hogy a  $D$ ,  $E$  és  $F$  pontok létrejönnek.

1985-03-116-1.eps

A  $D$  és  $E$  pontok akkor jönnek létre, ha  $C$  az  $A$ -tól és  $B$ -től különbözik;  $F$  létezésének szükséges és elégséges feltétele, hogy  $ED \leq AB$  legyen, ami (1) szerint ekvivalens azzal, hogy  $BD \leq AB$ , vagyis  $\alpha \leq 45^\circ$ . A feladat feltételeit tehát azok az  $A$ -tól és  $B$ -től különböző  $C$  pontok teljesítik, amelyekre a  $BC$  ív  $A$ -ból való látószöge legfeljebb  $45^\circ$ . Ezek a pontok pedig azon a zárt félköríven helyezkednek el, amelyre az  $AB$ -re merőleges  $KL$  átmérő osztja a kört, s amely a  $B$  pontot tartalmazza.