

Legyen  $ABC$  a tetraéder alaplaja,  $D$  a negyedik csúcs. Vágjuk fel a tetraéder palástját a  $D$  csúcsból kiinduló élek mentén, és hajtsuk le a tetraéder oldallapjait az  $ABC$  alapsíkba.

1985-10-303-1.eps

1. ábra

1985-10-303-2.eps

2. ábra

Legyen  $D_1$  az  $A$ -val szemközti,  $D_2$  a  $B$ -vel,  $D_3$  a  $C$ -vel szemközti csúcs (2. ábra). Mivel a tetraéder szemközti élei egyenlő hosszúak, minden lapon minden él és minden szög előfordul, így  $D_1D_2D_3$  olyan háromszög lesz, melynek az  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  oldalak a középvonalai.

Jelölje  $D'$  a  $D$  csúcsnak az alapsíkra való vetületét. Azt állítjuk, hogy  $D'$  a  $D_1D_2D_3$  háromszög magasságpontja. Valóban, pl. az  $ACD$  lap lehajtása során  $D$  végig egy  $AC$ -re merőleges síkban mozog, s ez az  $ABC$  síkot az  $AC$ -re merőleges egyenesben metszi.  $D'D_2$  és  $AC$  metszéspontja legyen  $T_2$ . Nyilván  $D'$  közelebb van az  $AC$  egyeneshez, mint  $D_2$ , hiszen  $D$  nincs az  $ABC$  síkjában, így  $DT_2$ -nek  $D'T_2$  vetülete kisebb, mint a valódi  $D_2T_2$  hossza. Ugyanezt elmondhatjuk a másik két lap lehajtása esetén is. Mindebből viszont következik, hogy a  $D'$  magasságpont a  $D_1D_2D_3$  háromszög belsejébe esik, vagyis  $D_1D_2D_3$ , és ezzel együtt  $ABC$  hegyesszögű háromszög. Az állítást bizonyítottuk.