Világos, hogy mind az AOB, mind az ADB háromszög szabályos. Így ha a C pont egybeesik A-val vagy B-vel, akkor a $CA^2+CB^2=CD^2$ összefüggés teljesül. Feltehetjük tehát, hogy C a körnek A-tól és B-től különböző pontja.

1984-11-389-1.eps

1. ábra

Válasszuk meg a betűzést úgy, hogy az AOB (irányított) szög $+60^\circ$-os legyen (1. ábra), majd forgassuk el az ACD háromszöget az A pont körül $+60^\circ$-kal. Ez a forgatás a D pontot B-be, a C-t pedig valamilyen E pontba viszi. A forgatás miatt az ACD háromszög egybevágó az AEB háromszöggel, tehát $CD=EB$ és $CA=EA$, továbbá $CAE\sphericalangle=+60^\circ$, ezért a CAE háromszög szabályos: $CA=CE$ és $ECA\sphericalangle=+60^\circ$.

A $CA=CE$ és $CD=EB$ alapján a kérdéses $CA^2+CB^2=CD^2$ összefüggés pontosan akkor áll fenn, ha

$$CE^2+CB^2=EB^2.$$

Itt a BCE háromszög oldalai állnak, tehát a feladat megoldásához a Pitagorasz-tétel alapján elegendő azt belátni, hogy a BCE háromszög C csúcsában derékszög van. A továbbiakban ezt bizonyítjuk.

Két esetet különböztetünk meg aszerint, hogy a C pont a kör hosszabb vagy rövidebb AB ívére esik. Az első esetben (1. ábra) az AB ívhez tartozó ACB kerületi szög fele az $AOB\sphericalangle=60^\circ$ középponti szögnek, tehát $ECB\sphericalangle=ECA\sphericalangle+$ $+ACB\sphericalangle=60^\circ+30^\circ=90^\circ$, ahogyan kívántuk.

1984-11-389-2.eps

2. ábra

A másik esetben (2. ábra) viszont az $ACB\sphericalangle$ kiegészítő szöge a középponti szög felének, vagyis $ACB\sphericalangle=180^\circ-30^\circ=150^\circ$, és $ECB\sphericalangle=ACB\sphericalangle-ACE\sphericalangle=150^\circ-60^\circ=90^\circ$.

A BCE háromszög tehát valóban derékszögű, amivel a feladat állítását is beláttuk.