

Tekintsük az általános esetet: legyen a résztvevők száma  $n$ , a bajnok pedig nyerjen  $k$  mérkőzést. Az élen nem volt holtverseny, így a többiek mindegyike legfeljebb  $(k-1)$ -szer győzött. A mérkőzések száma tehát – a nyertesek szempontjából összeszámolva – legfeljebb  $k+(n-1)(k-1)$ . Egy  $n$  résztvevős körmérkőzéses bajnokságon, ahol mindenki játszik mindenkivel, a mérkőzések száma  $\frac{n(n-1)}{2}$ . Ez azt jelenti, hogy

$$(1) \quad \frac{n(n-1)}{2} \leq k + (n-1)(k-1), \quad \text{ahonnan}$$

$$(2) \quad \frac{n+1}{2} - \frac{1}{n} \leq k.$$

A legkisebb  $k$  egész szám, melyre (2) teljesül,  $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1$ , így a bajnoknak legalább  $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1$  mérkőzést kell nyernie. Ez elő is fordulhat például az alábbi módon: Álljanak körbe a résztvevők, és sorban minden versenyző verje meg a tőle balra álló  $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$  db versenyzőt, ha az még nem verte meg őt. Így mindenki mindenkivel játszik, minden versenyző legfeljebb  $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$  mérkőzést nyer meg, és van olyan – például az, akihez először rendeltük hozzá az általa legyőzött játékosokat –, aki éppen annyit. Egy ilyen játékos valamelyik elvesztett mérkőzését változtassuk megnyertté. Így ő a bajnok  $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1$  győzelemmel.

A fenti gondolatmenet szerint  $n = 10$  és  $n = 11$  esetén is legalább 6 mérkőzést nyert meg a verseny győztese, és létezik is olyan kimenetele a versenynek, amikor ennyi győzelem elegendő az első helyhez.

*Megjegyzések.* 1. Sokan nem bizonyították, hogy lehetséges a bajnokságnak olyan kimenetele, hogy valaki 6 megnyert mérkőzéssel győz, azaz hogy a bajnok győzelmeinek számára adott alsó becslés éles.

2. Látható, hogy ha az élen holtversenyt is megengedünk, akkor 5 győzelem már elegendő lehet a bajnokság megnyeréséhez.