

A feladat kérdésénél általánosabban azt mutatjuk meg, hogy a 8×8 -as sakktábla bármely színezése előállítható a szóban forgó eljárással. Igaz ugyanis, hogy alkalmas „kereszteket” átfestve az egyes mezők színe egymástól függetlenül változtatható meg, azaz bármely mező esetén elérhető, hogy ennek a színe megváltozzék, miközben a többi ugyanaz marad.

Az utóbbi állítás bizonyításához hajtsuk végre a megadott átfestési lépést mindazon „keresztekre” – tehát egy-egy sor és oszlop egyesítéséből álló mezőkre –, amelyek tartalmazzák a kiszemelt mezőt! Ekkor a kiszemelt mező színe 15-ször változik – minden mező 15 „keresztben” van benne –, a vele egy sorban, illetve egy oszlopban levőké 8-szor, a további mezőké pedig kétszer. Mivel így a kiszemelt mező az egyetlen, amelynek a színe páratlan sokszor változik meg, végül csak ennek a színe lesz más, mint eredetileg. Ezzel az állítást igazoltuk.

Megjegyzések. 1. A megoldásból adódó eljárás során az egyes kereszteket többször is átfestjük, holott csak az az érdekes, hogy egy adott kereszt átfestéseinek a száma páratlan-e vagy pedig páros. Igazolható, hogy a 8×8 -as sakktáblán – illetve olyan táblán, amelynek mindkét oldala páros – egy adott mintázat pontosan azoknak a kereszteknek az – egyszeri – átfestése révén hozható létre, amelyek páratlan sok leendő fekete mezőt tartalmaznak.

2. Ha a táblának van páratlan oldala, akkor a fenti állítás már nem igaz. Ha például az oszlopok száma páratlan, akkor egy átfestési lépés során bármely két sorban egyező paritású mező színe változik meg. Mivel pedig az azonosan fehér táblán bármely két sor fekete mezőinek paritása egyenlő, ennek teljesülnie kell minden előállítható színezésre is – így ekkor például nem hozható létre a feladatban szereplő „sakktáblaszerű” kifestés sem.