Színezzük ki a $3k$ osztópontot pirosra, azokat a pontokat pedig, amelyek a piros végpontú íveket egységnyi hosszúságú részekre osztják, feketére. Mivel két szomszédos piros pont között k esetben nincs fekete pont, k esetben 1, és k esetben 2 van, a fekete pontok száma $k + 2k = 3k$. A piros és fekete pontok együtt egy $6k$ csúcsú szabályos sokszöget határoznak meg. Húzzuk meg a kör $3k$ piros pontjából kiinduló átmérőjét, és tegyük fel a feladat állításával ellentétben, hogy nincs köztük olyan, amelyiknek mindkét végpontja piros volna. Ez azt jelenti, hogy a sokszög minden piros csúcsával átellenben fekete található és – mivel ugyanannyi piros csúcs van, mint fekete – minden fekete csúccsal átellenben piros.

A szabályos $6k$-szög oldalait két csoportba osztjuk: az elsőbe azok kerüljenek, amelyek végpontjai egyező színűek – legyenek ezek az E oldalak – a másodikba pedig azok, amelyek végpontjai különböző színűek – K oldalak. Mivel piros csúccsal szemben fekete van, feketével szemben pedig piros, azért E oldalakkal szemközt is E oldal, K oldallal szemközt pedig K oldal van.

Az eredeti felosztás minden egységnyi hosszúságú íve E oldal, ez összesen k darab, és ugyancsak E oldal minden 3 hosszúságú ív középső része. Így az E oldalak száma $2k$, a $6k$-szög többi $4k$ oldala pedig K oldal.

Jelöljük A-val a körív egyik piros osztópontját és legyen az A-ból induló átmérő másik végpontja B. Föltevésünk szerint B fekete. Számoljuk le a körön a K oldalakat először A-tól B-ig, majd tovább B-től A-ig. K oldallal szemben K oldal van, ezért a K oldalak száma A-tól B-ig ugyanannyi, mint B-től A-ig, azaz $4k$ fele, $2k$. Ez azt jelenti, hogy A-tól B-ig haladva a csúcsok színe $2k$-szor, páros sokszor változik. Ha tehát A piros volt, akkor mivel páros sok színváltás után jutunk a vele szemben levő B-hez, B-nek is pirosnak kell lennie. Ezzel ellentmondásra jutottunk, vagyis van a körben olyan átmérő, amelynek mindkét végpontja piros.