

Egy egyfordulós körmérkőzéses bajnokságon minden versenyző egyszer játszik valamennyi ellenfelével. Így minden versenyző – így a győztes is – k mérkőzést játszik, és a résztvevők száma $k + 1$.

Jelölje a győztes versenyző megnyert mérkőzéseinek számát n . Ekkor, mint tudjuk:

$$(1) \quad 0,68 k < n < 0,69 k.$$

Most adjunk korlátot a győztes versenyző elvesztett mérkőzéseinek számára, $(k - n)$ -re. (1)-ből következik, hogy

$$(2) \quad 0,31 k < k - n < 0,32 k.$$

Ezt 2-vel szorozva és (1)-et felhasználva kapjuk, hogy:

$$(3) \quad 0,62 k < 2(k - n) < 0,64 k < 0,68 k < n < 0,69 k.$$

Mivel $2(k - n)$ és n különböző egész számok, így (3) szerint $0,62 k$ és $0,69 k$ közé két egész szám is esik, tehát

$$(4) \quad 0,69 k - 0,62 k > 1,$$

ahonnan átrendezéssel kapjuk, hogy

$$(5) \quad k \geq 15.$$

Mivel $0,68 \cdot 15 = 10,2$ és $0,69 \cdot 15 = 10,35$, így $k = 15$ mellett (1) nem teljesülhet. $k = 16$ esetén viszont

$$(6) \quad 0,68 \cdot 16 = 10,88 < 11 < 0,69 \cdot 16 = 11,04$$

Tehát $k = 16$ és $n = 11$ mellett (1)–(6) mindegyike fennáll. Ez azonban nem elegendő a kérdés megválaszolásához, még azt is meg kell mutatni, hogy elképzelhető olyan 17 résztvevős körmérkőzéses bajnokság, ahol a győztes 11 mérkőzést nyert meg. (Erről egyébként szinte minden beküldő megfeledezett.)

1984-12-448-1.eps

A bajnokság eredményeinek megadásához tekintsünk egy V versenyzőt, legyen ez a győztes, a megmaradt 15 versenyzőt pedig osszuk egy 6-os és két 5-ös csoportba. V győzze le a 6-os és az egyik 5-ös csoport tagjait, és kapjon ki a másik 5-ös csoport tagjaitól. Ezzel 11 győzelme és 5 veresége van. A 6-os csoport tagjai győzzék le azokat, akik legyőzték V -t, és kapjanak ki azoktól, akiket V megvert. Végül a két 5-ös csoportban azok, akik V -t legyőzték, nyerjenek azok ellen, akik V -től kikaptak.

Nem nehéz látni, hogy az egyes csoportokon belüli eredményektől függetlenül V -t kivéve mindenkinek legalább 6 veresége van – így V valóban nyertes.

Így a bajnokságon legalább 17-en indultak, és 17-en indulhattak is.