

Jelölje $S(A)$ a tízes számrendszerben felírt A szám jegyeinek az összegét. Hajtsuk végre két ütemben $2A$ kiszámolását. Szorozzunk először jegyenként 2-vel és engedjünk meg 9-nél nagyobb „számjegyeket” is, azaz ha $A = a_1a_2 \dots a_n$, akkor tekintsük a $(2a_1) (2a_2) \dots (2a_n)$ alakot. Innen úgy kapjuk a $2A$ szám tízes számrendszerbeli alakját, hogy a legutolsó helytől kezdve elvégezzük az esetleg szükséges tízes átviteleket.

Ha az i -edik helyiértéken tízes átvitelre kerül sor, akkor az átvitt jegy 1-es, hisz itt még az esetleges korábbi átvitel után az i -edik helyen álló – immár egyjegyű – szám 1-gyel kisebb, mint az átvitel előtt itt álló kétjegyű szám jegyeinek összege, az átvitt 1-es pedig a következő helyiértéket növeli 1-gyel, s mivel az húsznál kisebb páros szám, a jegyeinek összegét is. Ez azt jelenti, az egyes átviteli lépések során mindvégig állandó a felírt számok jegyeinek összege.

Az eljárás kezdetén ez az összeg $S(2a_1) + S(2a_2) + \dots + S(2a_n)$, a végén pedig $S(2A)$. Így $S(2A)$ csak az A jegyeinek értékétől függ, a jegyek sorrendjétől nem, és éppen ezt kellett belátnunk.

Megjegyzés. Ha az A számot nem 2-vel szorozzuk, akkor a szorzat jegyeinek összege már függhet A jegyeinek sorrendjétől. Ennek oka az, hogy az átvitelek során sor kerülhet tízes átlépésre, ami 9-cel csökkenti a jegyek összegét. Például ha $A = 38$, akkor $S(3 \cdot 8) + S(3 \cdot 3) = S(3 \cdot 83) = 15$, míg $S(3 \cdot 38) = 6$. Általában csak annyit állíthatunk, hogy a szóban forgó A és B számokra az $S(k \cdot A) - S(k \cdot B)$ különbség osztható 9-cel.