

Ha  $n$  páratlan, akkor  $47^n + a \cdot 15^n = 47(47^{n-1} - 15^{n-1}) + 15^{n-1}(47 + a \cdot 15)$ . Mivel  $n - 1$  páros, az összeg első tagja osztható  $(47^2 - 15^2)$ -nel, ami éppen 1984. Tehát  $47^n + a \cdot 15^n$  akkor és csak akkor osztható 1984-gyel, ha  $47 + a \cdot 15$  többszöröse 1984-nek. Azt a legkisebb pozitív egész  $a$  számot keressük tehát, melyre  $47 + a \cdot 15$  osztható 1984-gyel, azaz amire létezik olyan  $b$  egész amelyre

$$(1) \quad 47 + a \cdot 15 = b \cdot 1984.$$

Ha (1)-ben  $a$  pozitív, akkor  $b$  is az, és (1) pozitív megoldásaira  $a$  és  $b$  egyszerre minimális. Keressük tehát a legkisebb olyan pozitív egész  $b$ -t, melyre (1) fennáll.

Vizsgáljuk a szereplő számokat a 15-tel való oszthatóság szempontjából. A bal oldal 2 maradékot ad 15-tel osztva, így ennek a jobb oldalra is teljesülnie kell. Mivel  $b \cdot 1984 = b \cdot 1980 + b \cdot 4$  és 1980 osztható 15-tel, így azt a legkisebb pozitív  $b$ -t kell megtalálnunk, melyre  $4 \cdot b$  2 maradékot ad 15-tel osztva. Könnyen ellenőrizhető, hogy ez először  $b = 8$ -ra teljesül, ekkor  $b \cdot 4 = 32 = 2 \cdot 15 + 2$ .

A  $b = 8$  értékét (1)-be helyettesítve adódik, hogy  $a = 1055$ , vagyis 1055 a legkisebb olyan pozitív egész  $a$ , melyre  $47^n + a \cdot 15^n$  minden páratlan  $n$ -re osztható 1984-gyel.