Jelölje a számokat az óramutató járásával megegyező sorrendben a_1, a_2, ..., a_{50} (tehát a_1 és a_{50} is szomszédosak).

1984-11-384-1.eps

A három kiválasztott szám helyét – amelyek szorzatát megkérdezzük – egyértelműen meghatározza a középső. Ha ez a középső szám a_i, jelöljük a szorzatot b_i-vel. Az is látszik, hogy legfeljebb 50 különböző kérdést tudunk feltenni, hiszen ennél több szám nem állhat középen. Azt állítjuk, hogy az 50 szám szorzatát ebből az 50 kérdésből meg tudjuk állapítani. Valóban,

$$b_1 \cdot b_2 \cdot \ldots \cdot b_{50} =$$
$$= (a_{50} \cdot a_1 \cdot a_2)(a_1 \cdot a_2 \cdot a_3) \cdot \ldots \cdot (a_{49} \cdot a_{50} \cdot a_1) =$$
$$= (a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{50})^3.$$

Mivel egy valós szám köbe egyértelműen meghatározza magát a számot, innen $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{50}$ értéke is meghatározható.

Másfelől azt állítjuk, hogy a szorzatot nem tudjuk meghatározni 49 vagy annál kevesebb kérdésből. Pontosabban a következő – erősebb – állítást igazoljuk: ha az első 49 kérdésre (akármi is volt az) a válasz az, hogy a kérdéses 3 szám szorzata +1, akkor még mindig elképzelhető, hogy az 50 szám szorzata +1, és az is, hogy az 50 szám szorzata -1.

A 49 kérdés a b_1, b_2, ..., b_{49} számok közül legfeljebb 49 értékére kérdezhetett rá, így van olyan, amiről a kérdező nem tudja, hogy az +1 vagy pedig -1. Feltehetjük, hogy ez éppen a b_{50}. Így az előbb megfogalmazott állítás igazolásához elegendő egy kör kerületére *kétféleképpen* felírnunk 50 darab (+1)-et vagy (-1)-et úgy, hogy

(1) az egyik esetben a felírt számok szorzata +1, a másikban -1 legyen;
(2) mindkét esetben a b_1, b_2, ..., b_{49} szorzatok értéke (a $b_{50} = a_{49} \cdot a_{50} \cdot a_1$ kivételével) +1 legyen.

Az egyik felírásban a kör kerületére 50 darab +1 kerül; a másikat a mellékelt ábra mutatja: $a_i = +1$ ha i 3-mal osztva 1 maradékot ad, és $a_i = -1$ egyébként.

Az első esetben a felírt számok szorzata +1; a másodikban $1 + 48/3 = 17$ darab +1 és $50 - 17 = 33$ darab (-1) szorzatát kell vennünk, ami -1. Az első esetben $b_1, b_2, \ldots, b_{49}$ nyilvánvalóan +1, míg a másodikban b_{49} kivételével a három tényező közül kettő -1, egy pedig +1, vagyis ekkor is $b_1 = b_2 = \ldots = b_{49} = +1$.

A szorzat kitalálásához tehát legalább 50 kérdést fel kell tenni.

Megjegyzés. 50 kérdésből már többre is lehet következtetni, nevezetesen minden számról meg lehet mondani; hogy az +1 vagy pedig -1. Valóban, ismert $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$, $a_4 \cdot a_5 \cdot a_6$, ..., $a_{46} \cdot a_{47} \cdot a_{48}$, vagyis ezek szorzata is. Ismert $a_1 \cdot \ldots \cdot a_{50}$ is, tehát ezek hányadosa, vagyis $a_{49} \cdot a_{50}$ is meghatározható. De $a_{49} \cdot a_{50} \cdot a_1$ ismeretében ebből a_1-et, és hasonlóan az összes számot megkapjuk.