Azt állítjuk, hogy ha két racionális szám összege egész, akkor a két szám nem egyszerűsíthető alakjában a nevezők abszolút értéke egyenlő.

Valóban, ha $(p_1,\ q_1)=1$, $(p_2,\ q_2)=1$ és $\dfrac{p_1}{q_1}+\dfrac{p_2}{q_2}$ egész, akkor

$$q_1q_2\big|(p_1\cdot q_2+p_2\cdot q_1).$$

Innen egyrészt $q_1|p_1\cdot q_2$, vagyis $(p_1,\ q_1)=1$ miatt $q_1|q_2$, másrészt ugyanígy $q_2|q_1$. A két nevező közül tehát bármelyik osztója a másiknak, abszolút értékük tehát valóban egyenlő.

A feltétel szerint a számok reciprokainak összege is egész, így nem egyszerűsíthető alakjukban a számlálók abszolút értéke is egyenlő. Azt kaptuk, hogy a keresett két racionális szám abszolút értéke egyenlő.

Nyilván megfelel bármely 0-tól különböző racionális szám és az ellentettje, hisz ilyenkor mindkét szóban forgó összeg 0.

Ha maguk a számok egyenlők, akkor közös értéküket r-rel jelölve a feltétel szerint $2r$ és $2/r$ egyaránt egészek. Mivel $2/r=4/2r$, kapjuk, hogy $2r$ a 4-nek osztója. Innen $|r|=2$, vagy $|r|=1$, vagy pedig $|r|=\dfrac{1}{2}$; és látható, hogy minden esetben teljesül is a feltétel.

A keresett számpárok tehát az $(x,-x)$ alakú számpárokon kívül – ahol x 0-tól különböző racionális szám – a $(2,\ 2)$; $(-2,\ -2)$; $(1,\ 1)$; $(-1,\ -1)$; $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ és $\left(-\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$.