

Jelölje  $M$  az  $A$  csúcsból a  $PQ$ -ra bocsátott merőleges talppontját. Az  $AR$  egyenes, a kocka éle, merőleges az  $APQ$  alapsíkra, így merőleges a sík valamennyi egyenesére, azaz  $PQ$ -ra is.

1984-09-254-1.eps

Legyen  $S'$  az  $A$ -ból az  $MR$ -re bocsátott merőleges talppontja. Belátjuk, hogy  $S' \equiv S$ , azaz  $S'$  megegyezik az  $A$  csúcsnak a  $PQR$  síkra eső merőleges vetületével.  $AS'$  benne van az  $AMR$  síkban, melynek két egyeneséről:  $AR$ -ről és  $AM$ -ről tudjuk, hogy merőleges a  $PQ$ -ra. Akkor az  $AMR$  sík is merőleges a  $PQ$ -ra, ami azt jelenti, hogy a sík minden egyenese, így  $AS'$  is merőleges  $PQ$ -ra. Az  $AS'$  az  $MR$ -re is merőleges, amiből következik, hogy  $AS'$  merőleges a  $PQR$  síkra. Az  $A$  csúcsból csak egy merőleges állítható a  $PQR$  síkra és így valóban  $S' \equiv S$ .

Eszerint a  $PQS$ ,  $PQR$  és  $PQA$  háromszögek területei rendre

$$T_1 = \frac{1}{2}PQ \cdot SM, \quad T_2 = \frac{1}{2}PQ \cdot RM \quad \text{és} \quad T_3 = \frac{1}{2}PQ \cdot MA.$$

Azt kell igazolnunk, hogy  $T_3 = \sqrt{T_1 \cdot T_2}$ , azaz  $MA = \sqrt{SM \cdot RM}$ . Ám az  $AMS$  és  $RMA$  derékszögű háromszögek hasonlóak és ezért a befogó tétel szerint

$$MS \cdot MR = MA^2,$$

amit bizonyítani akartunk.