

Ismeretes, hogy két szám legnagyobb közös osztója osztja a két szám különbségét. Ha tehát az  $a$  számot fel tudjuk írni  $2k + d$  alakban, ahol  $k > 1$  és  $(k, d) = 1$ , akkor az  $a = k + (k + d)$  felbontásra teljesülnek a feladat követelményei.

Megmutatjuk, hogy ha  $a > 6$ , akkor a fenti felbontás mindig létezik.

Ha  $a$  páratlan, akkor  $d = 1$ ,  $k = \frac{a-1}{2}$  nyilván megfelelő. Ha  $a$  páros, akkor attól függően, hogy osztható-e 4-gyel, vagy sem,  $d = 2$ , illetve  $d = 4$  választással  $k = \frac{a-d}{2}$  páratlan lesz, tehát  $(k, d) = 1$ , másrészt  $k = \frac{a-d}{2}$  miatt  $k > 1$  is teljesül.

Ezzel az állítást igazoltuk.

*Megjegyzés.* A páros  $a$  esetére többen a Csebisev-tételt próbálták alkalmazni, mely szerint egynél nagyobb szám és a kétszerese között van prímszám. Az állítás azonban ebből még nem következik, hisz ez a prím lehet  $a - 1$  is, ekkor pedig a felbontás másik tagja 1.