

$x \neq 2$ és $x \neq 3$, mert e két érték esetében a bal oldal nincs értelmezve. Minden más esetben a két nevező szorzatával szorozva elsőfokú egyenletet kapunk:

$$(2) \quad \begin{aligned} (x-a)(x-3) + (x-b)(x-2) &= 2(x-2)(x-3), \\ (5-a-b)x &= 12-3a-2b, \end{aligned}$$

és ez az $x-2 \neq 0$, $x-3 \neq 0$ korlátozásokkal összekapcsolva ekvivalens az eredeti egyenlettel. Paraméterektől függő elsőfokú egyenlet két esetben oldható meg.

I. Ha mind az ismeretlen együtthatója mind az ismeretlentől mentes tag 0-val egyenlő; ebben az esetben minden megengedett x érték kielégíti az egyenletet, vagyis a megoldás nem egyértelmű;

II. ha az ismeretlen együtthatója 0-tól különböző, és az adódó gyök nem kizárt érték; ez a megoldás – ha létezik – egyértelmű.

Feladatunkban az I. eset feltételei:

$$\begin{aligned} 5-a-b &= 0, \\ 12-3a-2b &= 0. \end{aligned}$$

Az első egyenlet 2-szeresét a másodikból kivonva $2-a=0$, az első egyenlet 3-szorosából a másodikat kivonva $3-b=0$, azaz bármely x érték kielégíti (1)-et, ha $a=2$ és $b=3$ (kivéve természetesen a kizárt $x=2$ és $x=3$ értékeket). Valóban, ekkor a bal oldalon mindkét tört kifejezése 1, összegük 2.

A II. eset feltétele $5-a-b \neq 0$, azaz $a+b \neq 5$. Ekkor

$$(3) \quad x = \frac{12-3a-2b}{5-a-b},$$

és a megoldás egyértelmű, hacsak $x \neq 2$ és $x \neq 3$. Keressük meg a paramétereknek a kizárt értékre vezető, tehát kizárandó értékpárjait. (3) alapján:

$$\begin{aligned} x-2 &= \frac{12-3a-2b}{5-a-b} - 2 = \frac{2-a}{5-a-b}, \\ x-3 &= \frac{b-3}{5-a-b}. \end{aligned}$$

Az első az $a=2$ esetben válik 0-vá, és ezt a feltételbe helyettesítve $b \neq 3$; a második miatt hasonlóan a $b=3$, $a \neq 2$ értékpárok zárandók ki. Ezek szerint a (3) megoldás egyértelmű, ha

$$a+b \neq 5, \quad a \neq 2, \quad b \neq 3.$$

Összefoglalva, (1) megoldható, ha $a=2$ és $b=3$, valamint ha $a+b \neq 5$ és $a \neq 2$ és $b \neq 3$. Ez utóbbi esetben a megoldás egyértelmű, az előbbiben nem.

Megjegyzés. A feladatnak ez a megoldása a „Középiskolai matematikai versenyek” című könyv 1967. évi kiadásának 35. oldalán megtalálható.