

Legyenek a számok nagyság szerint növekedő sorrendben  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Jelölje  $S_k$  az  $a_1 + a_2 + \dots + a_k$  összeget. Mivel az  $a_i$  számokat nagyság szerint rendeztük, azért az  $S_1, S_2, \dots, S_n$  számok először csökkenhetnek (ameddig az  $a_i$ -k negatívak), azután pedig nőnek.  $S_{k-1}$  és  $S_k$  között a különbség legfeljebb 3, és  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 99$ , így van olyan  $k$ , amelyre  $S_k - 1 \leq 31 < S_k$ , ekkor persze  $S_k \leq 34$ . Ha itt egyenlőség van, akkor  $a_k = 3$ , ahonnan  $a_{k+1} = \dots = a_n = 3$ , hiszen a számok nagyság szerint következnek és egyikük sem nagyobb 3-nál. Ekkor viszont  $a_{k+1} + \dots + a_n = 99 - S_k = 65$  osztható volna 3-mal, ami nem igaz, vagyis  $S_k < 34$ .

Ha  $32 < S_k$ , akkor készen vagyunk, így föltehető, hogy  $31 < S_k \leq 32$ .

Ha most az  $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_n$  számok között találunk néhány olyat, amelyek  $S$  összegére  $32 < S < 35$ , akkor ismét készen vagyunk. Ha ugyanis  $S < 34$ , akkor maga  $S$  megfelelő, ha pedig  $34 \leq S < 35$ , akkor a sem  $S_k$ -ban, sem pedig  $S$ -ben nem szereplő számok összege  $99 - S_k - S$ , ez pedig 32 és 34 közé esik

$$32 = 99 - 32 - 35 < 99 - S_k - S < 99 - 31 - 34 = 34.$$

Az  $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_n$  számokat addig adogassuk össze, míg először kapunk 32-nél nagyobb összeget. Ez az  $S$  összeg nem nagyobb 35-nél, tehát megfelelő, hacsak nem éppen 35. Ebben az esetben viszont azok a számok, amelyek sem  $S_k$ -ban, sem pedig ebben az  $S$ -ben nem szerepelnek, valamennyien 3-mal egyenlők. Másrészt összegük  $99 - S_k - S = 64 - S_k$ , ami  $31 < S_k \leq 32$  miatt nem lehet 3-mal osztható egész.

Ezzel a feladat állítását igazoltuk.