A szimmetria miatt elegendő azokat a k_2 köröket tekinteni, amelyek O_2 középpontja O_1-től jobbra fekszik (1. ábra).

1984-04-165-1.eps

Jelöljük az egyik közös érintőnek k_l-gyel, k_2-vel való érintési pontját E-vel, F-fel, k_1-nek és e-nek O_2-höz közelebbi metszéspontját M-mel. Tudjuk, hogy az O_1EFO_2 derékszögű trapézban $EO_1F\sphericalangle = O_1FO_2\sphericalangle$. Továbbá O_2O_1F egyenlő szárú háromszög, hiszen $O_2O_1 = O_2F$ a k_2 kör sugara, ezért $O_2FO_1\sphericalangle = O_2O_1F\sphericalangle$. Ezekből következik, hogy az O_1FE és O_1FM háromszögek egybevágók: megegyeznek 2 oldalban és a közbezárt szögben. Az FMO_1 háromszög tehát derékszögű, azaz F rajta van a k_1 kör M pontjában húzott, e-re merőleges f érintőjén. Az M pont nem tartozik a keresett mértani helyhez. Ha ugyanis $F = M$ lenne, ez azt jelentené, hogy k_1 és k_2-nek csak egy közös pontja lenne, ellentétben a feladat feltételével.

Az f egyenesek bármely más, M-től különböző pontja viszont hozzá tartozik a mértani helyhez. Legyen ugyanis F pontja az f érintőnek. Mivel FO_1 nem merőleges e-re, FO_1 felező merőlegese metszi e-t, jelöljük a metszéspontot O_2-vel. Az $O_2F = O_2O_1$ miatt tudunk olyan k_2 kört rajzolni, amelynek középpontja O_2, átmegy F-en és O_1-en. Ennek a körnek és k_1-nek meghúzzuk a közös érintőit. Az érintési pontok az előbbiek alapján k_2-nek és f-nek metszéspontjai, és ezek egyike éppen F.

Hasonlóan, ha O_2-t az e egyenesnek O_1-től balra eső felén választjuk, az érintési pontok f-nek O_1-re való tükörképére, f'-re esnek.

Így a keresett alakzat az f és f' egyenesekből áll, elhagyva belőlük az e-re eső pontjaikat.