Ha $n=0$, akkor $2^n-1=0=0^k$, ha pedig $n=1$, akkor $2^n-1=1=1^k$. Megmutatjuk, hogy ha $n\geq 2$, $k\geq 2$ és a természetes szám, akkor a

$$2^n-1=a^k \tag{1}$$

egyenlőség nem állhat fenn. Tegyük fel ennek ellenkezőjét. Mivel $n\geq 2$, ezért (1) bal oldalán páratlan szám áll, így szükségképpen a is páratlan. Két esetet különböztetünk meg aszerint, hogy k páros-e vagy páratlan.

Ha k páros, akkor a^k egy páratlan egész számnak, $a^{k/2}$-nek a négyzete. (1) mindkét oldalából 1-et kivonva:

$$2^n-2=(a^{k/2})^2-1, \qquad \text{vagyis}$$

$$2(2^{n-1}-1)=(a^{k/2}-1)(a^{k/2}+1) \tag{2}$$

adódik. A jobb oldalon két páros szám szorzata áll, míg a bal oldal második tényezője az n-re vonatkozó feltevésünk szerint páratlan, így a bal oldal nem osztható 4-gyel. Ez azt jelenti, hogy ebben az esetben (1) nem állhat fenn.

Ha k páratlan, akkor adjunk (1) mindkét oldalához 1-et. Páratlan k-ra a^{k+1} szorzattá alakítható, tehát most

$$2^n=a^k+1=(a+1)(a^{k-1}-a^{k-2}+\ldots-a+1). \tag{3}$$

A jobb oldali szorzat második tényezője páratlan, hiszen az összeg páratlan sok tagból áll és minden egyes tag páratlan. Ez a szám osztója a bal oldalon álló 2 hatványnak, tehát értéke csak 1 lehet. Ez azt jelenti, hogy

$$a^k+1=(a+1)1, \qquad \text{vagyis}$$

$$a^k=a.$$

Mivel $k>1$, ebből $a=0$ vagy $a=1$ adódik, de $n\geq 2$ miatt $2^n-1\geq 3$, vagyis páratlan k-ra sem kapunk megoldást.

Összefoglalva, 2^n-1 csak $n=0$ vagy $n=1$ esetén egyenlő valamely természetes szám második, vagy annál nagyobb egész kitevős hatványával.