

Az elhelyezendő, $1/2$ sugarú kör középpontjára két feltételnek is kell teljesülnie. Az első, hogy legalább $1/2$ egység távolságra legyen a téglalap oldalaitól – a körnek teljesen a téglalap belsejébe kell esnie. A második, hogy a kör középpontja minden kis négyzet oldaltól $1/2$ -nél nagyobb távolságra legyen, azért hogy ne legyen azokkal közös pontja.

Az első feltételnek eleget tevő pontok annak a téglalapnak a belsejébe vagy határára esnek, amelynek oldalai párhuzamosak az eredeti téglalap oldalaival és azoktól „befelé” $1/2$ cm távolságra haladnak. Jelöljük ezt a téglalapot N -nel, N területe $19 \cdot 24 = 456$ egység.

1984-03-112-1.eps

A második feltételt kielégítő pontokat először egy egységoldalú négyzetre keressük meg. Az egységoldalú négyzet pontjaitól legfeljebb $1/2$ egység távolságra levő pontok halmaza olyan F alakzat, melyet egyrészt a négyzet oldalaival párhuzamos, $1/2$ egység távolságra haladó szakaszok, másrészt a csúcsok körül mint középpont körül írt $1/2$ sugarú negyedkörök határolnak. F területét könnyen ki tudjuk számítani:

$$1 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \pi = 3 + \frac{\pi}{4} \text{ egység}$$

A 120 egységoldalú négyzet mindegyike körül rajzoljuk meg az F -fel egybevágó alakzatokat. A második feltételt az eredeti téglalapnak pontosan azok a pontjai elégítik ki, melyek nem esnek egyetlen ilyen alakzatba sem. A lefedett rész összterülete legfeljebb

$$120 \left(3 + \frac{\pi}{4}\right) = 360 + 30\pi < 360 + 30 \cdot 3,2 = 456 \text{ egység.}$$

Az alakzatok egyesítése (ami egyébként nem feltételenül van teljes egészében az eredeti téglalap belsejében sem) tehát nem fedheti le az N téglalap valamennyi pontját. Akkor viszont van olyan Q pont, amely mindkét feltételt teljesíti, tehát ami körül írt $1/2$ egység sugarú körnek semelyik négyzettel sincs közös pontja, és ezt akartuk bizonyítani.