a) A feltételeknek eleget tevő háromszög létezik. Ennek bizonyításához elegendő egy példát adnunk.

1984-02-068-1.eps

1. ábra

Legyen az $ACDE$ téglalapban $AC = DE = 10$, $CD = EA = 1$ cm, a téglalap átlóinak metszéspontja legyen B (1. ábra). Ekkor az ABC háromszög területe a téglalap területének negyede, $\frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 1 = 2{,}5\ \mathrm{cm}^2 > 2\ \mathrm{cm}^2$. A háromszög B csúcshoz tartozó magassága $1/2$, az $AM = CN$ magassága pedig befogója az AME derékszögű háromszögnek, tehát kisebb, mint annak $AE = 1$ cm átfogója. Tehát az ABC háromszög kielégíti a feltételeket.

b) Legyen a háromszög legnagyobb oldala a, az ehhez tartozó magasság m_a.

1984-02-069-1.eps

2. ábra

Mivel a háromszög területe kisebb, mint $1\ \mathrm{cm}^2$, azért

$$\frac{a \cdot m_a}{2} < 1.$$

A feltétel szerint $m_a > 2$ cm, a fenti egyenlőtlenségből tehát $a < 1$ cm következik. Mivel a volt a legnagyobb oldal, azért a háromszög mindegyik oldala kisebb, mint 1 cm. Ez viszont nem lehet, mert az m_a magasság befogója egy olyan derékszögű háromszögnek, amelynek az átfogója a c oldal. Az átfogó viszont mindig nagyobb, mint a befogó. Ellentmondásra jutottunk, tehát nem létezik a feltételeknek megfelelő háromszög.

Megjegyzés. Az a) esetben – ahogyan több dolgozatban is bizonyították –, a feltételeknek megfelelő háromszög csak tompaszögű lehet. A területe viszont tetszőlegesen nagy lehet, mivel AC-t tetszőlegesen növelhetjük.