Az ACD háromszög beírt köre érintse CD-t az E_1 pontban, a CBD-be írt kör E_2-ben. A háromszög egy csúcsából a beírt körhöz húzott érintő szakasz hossza a félkerület és a csúccsal szemközti oldal hosszának különbsége.

1984-01-021-1.eps

1. ábra

Ennek felhasználásával előbb az AD és BD távolságokat számítjuk ki:

$$AD = \frac{a+b+c}{2} - a = \frac{b+c-a}{2}, \qquad BD = \frac{a+c-b}{2}.$$

Az ACD és BCD háromszögekben a DE_1, ill. DE_2 távolságok hasonlóan adódnak:

$$DE_1 = \frac{CD+AD-CA}{2}, \qquad DE_2 = \frac{CD+BD-CB}{2}.$$

Ezekbe AD , ill. BD előbb kapott értékeit helyettesítve kapjuk, hogy

$$DE_1 = \frac{1}{2}\left(CD + \frac{c-b-a}{2}\right) = DE_2.$$

Így $E_1 \equiv E_2$ azaz a beírt körök középpontjaiból a CD szakaszra bocsátott merőlegesek talppontjai egybeesnek. A középpontokat összekötő egyenes valóban merőleges CD-re.

Megjegyzés. Az előzőhöz hasonlóan igazolható, hogy ha az $ACBD$ négyszög érintőnégyszög, akkor az ACD és BCD háromszögek beírt köreinek középpontját összekötő egyenes merőleges CD-re (2. ábra). Az állítás megfordítása is igaz: ha az O_1O_2 egyenes merőleges CD-re, akkor az $ACBD$ négyszög érintőnégyszög. Ez a megfordítás háromszög esetén azt jelenti, hogy ha az O_1O_2 egyenes merőleges CD-re, akkor D az ABC háromszögbe írt kör AB-n levő érintési pontja.

1984-01-021-2.eps

2. ábra