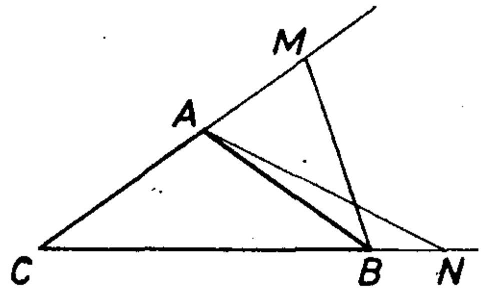
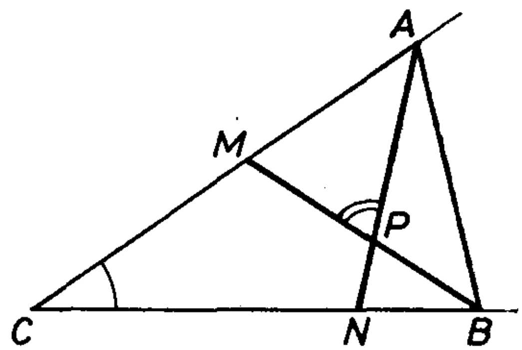
A feltételek alapján az AN és BM szakaszok teljes egészükben az ACB szögtartományban vannak. Mivel ez a két szakasz metszi egymást, azért M és N az AB egyenesnek ugyanarra a partjára esik. Az nem lehet, hogy M is és N is a C-vel ellentétes partra essék (1. ábra).



1. ábra

Ugyanis ABM egyenlő szárú háromszög, és ha M nincs az AC szakaszon, akkor $BAC\sphericalangle \geq 90°$. Hasonlóan, ha N nincs a BC szakaszon, akkor $ABC\sphericalangle \geq 90°$ – márpedig az ABC háromszögben nem lehet két, legalább 90°-os szög. Így M és N az AC, BC szakasz pontja (2. ábra).



2. ábra

Az APM külső szöge az APB háromszögnek, tehát

$$APM\sphericalangle = PAB\sphericalangle + PBA\sphericalangle = NAB\sphericalangle + MBA\sphericalangle = (180° - 2\cdot ABN\sphericalangle)+$$
$$+(180° - 2BAM\sphericalangle) = 2(180° - CBA\sphericalangle - CAB\sphericalangle) = 2ACB\sphericalangle.$$

Kihasználtuk, hogy ABM, ill. BAN egyenlő szárú háromszögek, valamint hogy M és N a CA, CB szakaszok pontja. Így a kérdéses egyenlőség mindig teljesül.

Megjegyzés. A feladat nehézségét az adja, hogy egy „nyilvánvaló", „könnyen látható" állítást kellett igazolni: az adott feltételek mellett a pontok a 2. ábrán látható módon helyezkednek el.